

CORSO DI LAUREA IN CHIMICA

Corso di Laboratorio di Calcolo
A.A. 2007/2008 - Prova scritta del 7/7/2008

NOME

COGNOME

Esercizio 1 Sia

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) Si calcolino gli autovalori ed autovettori di A .
- (b) Dato $x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ si determinino le prime tre iterazioni x_1, x_2 e x_3 del metodo delle potenze applicato ad A con vettore iniziale x_0 , dove $x_i = Ax_{i-1}$, con $i = 1, 2, 3$.
- (c) Si ricavi la formula esplicita di x_i in funzione di i , e si verifichi che

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{x_i}{\|x_i\|_\infty}$$

converge ad uno degli autovettori di A .

- (d) Si scriva una **script** Matlab che disegni sul piano cartesiano i primi dieci vettori normalizzati $\frac{x_i}{\|x_i\|_\infty}$ ottenuti con il metodo delle potenze, a partire da x_0 .

Esercizio 2 Sia

$$f(x) = x^2 - \sin(x).$$

Si studi la convergenza del metodo delle tangenti alle soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$ (scelta del punto iniziale e ordine di convergenza).

Esercizio 3 Sia $f(x) = e^x$.

- (a) Si scriva uno **script** Matlab per calcolare, usando il comando `polyfit`, il polinomio di interpolazione $p(x)$ di $f(x)$ sui nodi $x_0 = 0, x_i = 1/(11 - i)^2$, per $i = 1, 2, \dots, 10$.
- (b) Si scriva la formula che esprime l'integrale esatto di $p(x)$ sull'intervallo $[0, 1]$ in termini dei suoi coefficienti.
- (c) Si implementi in Matlab il calcolo dell'integrale esatto di $p(x)$, secondo la formula trovata al punto b).

Esercizio 4 Si scriva una **function** Matlab che, ricevuto un intero n , restituisca la matrice quadrata A così fatta:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n \\ 2 & 3 & 4 & 5 & \dots & n-1 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & \dots & n-2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & n+1 & n+2 & n+3 & \dots & 2n-1 \end{pmatrix},$$