

CORSO DI LAUREA IN CHIMICA

Corso di Algebra lineare
Seconda prova intermedia - A.A. 2015/2016 - 12/1/2016

NOME

COGNOME

Esercizio 1. È data la seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & k & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & k \\ -1 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix},$$

con $k \in \mathbb{R}$.

- (a) Si indichi, usando il teorema di Gerschgorin, una condizione sufficiente su k affinché A sia diagonalizzabile.
- (b) Si indichino tutti i valori di k per i quali A non è diagonalizzabile.

Esercizio 2. Si consideri l'insieme S_n delle matrici reali quadrate A di ordine n aventi la seguente proprietà:

$$A^T = 2I - A.$$

- (a) Per $n = 2$ si descriva la struttura di una generica matrice $A \in S_2$, in termini di elementi.
- (b) Per $n = 2$ si verifichi che tutte le matrici di S_2 sono diagonalizzabili.
- (c) per $n = 3$ si consideri la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Si verifichi che $A \in S_3$, e se ne calcolino gli autovalori. A è diagonalizzabile?

- (d) (*facoltativo*) Si dimostri che, per n dispari, una matrice di S_n ammette necessariamente autovalore 1.

Esercizio 3. Sono dati la funzione $f(x) = \sqrt{|x-1|}$, e i nodi $x_0 = -3$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.

- (a) Si calcolino i coefficienti del polinomio $p(x)$ che interpola $f(x)$ nei nodi assegnati, risolvendo un opportuno sistema lineare.
- (b) Si calcoli direttamente $p(1)$, usando la formula di Lagrange.
- (c) Si calcolino i coefficienti del polinomio $q(x)$ di grado massimo uno che approssima ai minimi quadrati $f(x)$ nei nodi assegnati.