

## CORSO DI LAUREA IN CHIMICA

Corso di Algebra lineare  
Seconda prova intermedia - A.A. 2015/2016 - 12/1/2016

NOME

COGNOME

---

**Esercizio 1.** È data la seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & k & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & k \\ -1 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix},$$

con  $k \in \mathbb{R}$ .

- (a) Si indichi, usando il teorema di Gerschgorin, una condizione sufficiente su  $k$  affinché  $A$  sia diagonalizzabile.
- (b) Si indichino tutti i valori di  $k$  per i quali  $A$  non è diagonalizzabile.

**Esercizio 2.** Si consideri l'insieme  $S_n$  delle matrici reali quadrate  $A$  di ordine  $n$  aventi la seguente proprietà:

$$A^T = 2I - A.$$

- (a) Per  $n = 2$  si descriva la struttura di una generica matrice  $A \in S_2$ , in termini di elementi.
- (b) Per  $n = 2$  si verifichi che tutte le matrici di  $S_2$  sono diagonalizzabili.
- (c) per  $n = 3$  si consideri la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Si verifichi che  $A \in S_3$ , e se ne calcolino gli autovalori.  $A$  è diagonalizzabile?

- (d) (*facoltativo*) Si dimostri che, per  $n$  dispari, una matrice di  $S_n$  ammette necessariamente autovalore 1.

**Esercizio 3.** Sono dati la funzione  $f(x) = \sqrt{|x-1|}$ , e i nodi  $x_0 = -3$ ,  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2$ .

- (a) Si calcolino i coefficienti del polinomio  $p(x)$  che interpola  $f(x)$  nei nodi assegnati, risolvendo un opportuno sistema lineare.
- (b) Si calcoli direttamente  $p(1)$ , usando la formula di Lagrange.
- (c) Si calcolino i coefficienti del polinomio  $q(x)$  di grado massimo uno che approssima ai minimi quadrati  $f(x)$  nei nodi assegnati.