

CORSO DI LAUREA IN CHIMICA

Corso di Algebra lineare
Seconda prova intermedia - A.A. 2008/2009 - 22/5/2009

NOME

COGNOME

Esercizio 1 Si considerino le matrici

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{5}{2} \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & \alpha \end{bmatrix},$$

dove α è un parametro reale.

- Si determini un valore di α per cui la matrice $B = GAG^{-1}$ abbia gli elementi $b_{31} = b_{32} = 0$. Che relazione c'è tra gli autovalori di A e quelli di B ?
- Tenendo conto della struttura di B , se ne calcolino il polinomio caratteristico, gli autovalori, e gli autovettori. B è diagonalizzabile?
- Che relazione c'è tra gli autovettori di A e quelli di B ? A è diagonalizzabile?

Esercizio 2 È data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 7 \end{bmatrix}.$$

- Si applichi il teorema di Gerschgorin, sia per righe che per colonne, per ottenere una localizzazione degli autovalori $\lambda_i, i = 1, 2, 3$.
- Tenendo conto dei risultati ottenuti in (a):
 - A può avere autovalore 5.5?
 - A può avere autovalore $1 + 2i$?
 - A può avere autovalore $7 - \frac{1}{2}i$?Si dia un intervallo di appartenenza per $\max_i |\lambda_i|$, e si dica se l'autovalore massimo in modulo è reale.

Esercizio 3 Di una funzione $f(x)$ da approssimare si conoscono i valori:

$$f(-1) = 2, \quad f(0) = 2, \quad f(2) = 8, \quad f(3) = 26.$$

- Si calcolino il polinomio di interpolazione e il polinomio di regressione lineare.
- (*facoltativo*) Come deve essere modificato il valore $f(0)$ affinché il polinomio di regressione lineare sia costante?