**CORSO DI LAUREA IN CHIMICA**

Corso di Algebra lineare
Seconda prova intermedia - A.A. 2015/2016 - 12/1/2016

**NOME** **COGNOME**

---

**Esercizio 1.** È data la seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} -3 & k & 0 & 0 \\ 0 & -1 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & k \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix},$$

con $k \in \mathbb{R}$.

**(a)** Si indichi, usando il teorema di Gerschgorin, una condizione sufficiente su $k$ affinché $A$ sia diagonalizzabile.

**(b)** Si indichino tutti i valori di $k$ per i quali $A$ non è diagonalizzabile.

**Esercizio 2.** Si consideri l'insieme $S_n$ delle matrici reali quadrate $A$ di ordine $n$ aventi la seguente proprietà:

$$A^T = I - A.$$

**(a)** Per $n = 2$ si descriva la struttura di una generica matrice $A \in S_2$, in termini di elementi.

**(b)** Per $n = 2$ si verifichi che tutte le matrici di $S_2$ sono diagonalizzabili.

**(c)** per $n = 3$ si consideri la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1/2 & -1 & 0 \\ 1 & 1/2 & -1 \\ 0 & 1 & 1/2 \end{bmatrix}.$$

Si verifichi che $A \in S_3$, e se ne calcolino gli autovalori. $A$ è diagonalizzabile?

**(d)** (*facoltativo*) Si dimostri che, per $n$ dispari, una matrice di $S_n$ ammette necessariamente autovalore $1/2$.

**Esercizio 3.** Sono dati la funzione $f(x) = \sqrt{|x+1|}$, e i nodi $x_0 = -2,\ x_1 = 0,\ x_2 = 3$.

**(a)** Si calcolino i coefficienti del polinomio $p(x)$ che interpola $f(x)$ nei nodi assegnati, risolvendo un opportuno sistema lineare.

**(b)** Si calcoli direttamente $p(1)$, usando la formula di Lagrange.

**(c)** Si calcolino i coefficienti del polinomio $q(x)$ di grado massimo uno che approssima ai minimi quadrati $f(x)$ nei nodi assegnati.

A