

CORSO DI LAUREA IN CHIMICA

Corso di Algebra lineare
Seconda prova intermedia - A.A. 2012/2013 - 8/1/2013

NOME

COGNOME

Esercizio 1. Si considerino le matrici quadrate di ordine 3

$$A = \begin{bmatrix} k & 1 & 1 \\ k-1 & 2 & 1 \\ k-1 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

dipendenti dal parametro reale k .

- Si calcolino e si confrontino le tre somme $\sum_{j=1}^3 a_{ij}$, $i = 1, 2, 3$. Dai valori ottenuti si possono avere informazioni sugli autovalori di A ?
- Si calcolino, al variare di k , gli autovalori di A , anche tenendo conto di quanto ottenuto al punto (a).
- Per quali valori di k A risulta diagonalizzabile?

Esercizio 2. Si vuole applicare il teorema di Gerschgorin, per righe e per colonne, alla matrice

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & \frac{4}{3} \\ 1 & \frac{1}{2} & 5 \end{bmatrix}.$$

- Si localizzino nel modo migliore possibile gli autovalori λ_i di A .
- Si trovi una limitazione superiore per $r = \max_i |\lambda_i|$.
- (*facoltativo*) È possibile trovare per r una limitazione superiore migliore di quella trovata al punto (b) applicando il teorema di Gerschgorin ad A^2 ?

Esercizio 3 Si consideri una funzione $f(x)$ di cui sono noti i valori $f(-1) = -1$, $f(0) = 0$, $f(1) = 1$, $f(2) = 1$.

- Si calcoli il polinomio ai minimi quadrati $p(x)$ di grado massimo uno che approssima f nei nodi assegnati.
- Si calcoli il polinomio ai minimi quadrati $q(x)$ di grado massimo due che approssima f nei nodi assegnati.
- Si dica quale fra i valori $p(2)$ e $q(2)$ approssima meglio $f(2)$.