CORSO DI LAUREA IN CHIMICA

Corso di Laboratorio di Calcolo
Seconda prova intermedia - A.A. 2006/2007 - Primo turno, 24/5/2007

NOME **COGNOME**

Avvertenza: in tutti gli esercizi affrontati, si trascrivano su carta lo script (o la funzione) Matlab usati per risolvere l'esercizio ed eventualmente i grafici ottenuti.

Esercizio 1 Si assegni a una variabile Matlab il valore 1/3 e la si visualizzi in formato esadecimale. Da quest'ultimo si deduca la rappresentazione interna binaria del numero, quindi si ricavino segno, esponente e cifre della mantissa ricordando i campi della rappresentazione interna:

$$\begin{cases} \text{bit } 1 & \text{segno} \\ \text{bit } 2:12 & \text{esponente traslato di } 1022 \\ \text{bit } 13:64 & \text{cifre } d_2, \dots, d_{53} \text{ della mantissa} \end{cases}$$

Esercizio 2 Si scriva uno script che, usando il comando plot, produca il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{\exp(x) - 1 - x}{x^2}$$

usando 100 punti con ascisse equispaziate e comprese tra 10^{-8} e 10^{-6}. Perché i valori calcolati per x vicino a 10^{-8} si discostano maggiormente dal $\lim_{x \to 0} f(x)$? È possibile approssimare, nella definizione di $f(x)$, il numeratore $\exp(x) - 1 - x$ con un polinomio di terzo grado in x in modo che il calcolo di $f(x)$ sia più stabile?

Esercizio 3 Si approssimi con la massima precisione possibile la soluzione positiva α dell'equazione

$$x^3 - \sin x = 0$$

con il medodo delle tangenti. Si calcoli la differenza con il risultato ottenuto con il comando **fzero**.

Esercizio 4 Si approssimi la soluzione positiva α dell'equazione dell'esercizio precedente con il metodo di iterazione funzionale

$$x_{i+1} = g(x_i), \quad \text{dove} \quad g(x) = \sqrt{\frac{\sin x}{x}}.$$

Dopo aver ottenuto una successione convergente a partire da un opportuno valore iniziale, si giustifichi la convergenza, valutando $g'(\alpha)$.

Esercizio 5 Si interpoli con **polyfit** la funzione $f(x) = x + 1/x$ nei nodi $1,\ 2,\ 3,\ 4$ con il polinomio $p(x)$ e nei nodi $1,\ 1.8,\ 3.2,\ 4$ con il polinomio $q(x)$. Si sovrappongano nella stessa finestra i grafici di $|f(x) - p(x)|$ e di $|f(x) - q(x)|$, per $x \in [1, 4]$. Quale delle due approssimazioni è preferibile?

Esercizio 6 Sia z_i la successione definita nel modo seguente:

$$z_i = 3z_{i-1} - 2z_{i-2}, \quad z_1 = 1,\ z_2 = 3.$$

Si calcolino i valori $\log z_i$, $\quad i = 1, \dots, 10$, e li si approssimi ai minimi quadrati con il polinomio $p(i)$ di grado uno, usando **polyfit**. Si confrontino graficamente i valori z_i e $\exp(p(i))$, e si calcoli la differenza $z_{11} - \exp(p(11))$.

Esercizio 7 Si approssimi l'integrale

$$\int_0^1 \sqrt[3]{x}\, dx$$

con il metodo dei trapezi, aumentando il numero n di intervalli da 1 a 100. Assumendo come valore esatto quello ottenuto con **quad** con tolleranza 10^{-15}, si verifichi che l'errore commesso decresce come $C/n^{4/3}$, con C costante. Per quale motivo l'andamento dell'errore non è della forma C/n^2?

Esercizio 8 Si consideri l'equazione

$$f(x) = \int_1^x \log z\, dz - 1 = 0,$$

rispetto all'incognita x. Si scriva una funzione Matlab che calcola $f(x)$ usando **quad**, si separi graficamente la soluzione, e poi la si approssimi con **fzero**.

Esercizio 9 Si integri con **ode45** l'equazione

$$y''(t) = -2y(t),$$

per i valori iniziali $y(0) = -1$, e $y'(0) = 0$, sull'intervallo $[0, 6]$. Si valuti dal grafico della soluzione ottenuta il periodo T, sapendo che deve essere proporzionale a π.

Esercizio 10 Si integri con **ode23** l'equazione

$$y'(t) = y(t) - y(t)^2,$$

per $y(0) = 0.1$, sull'intervallo $[0, 30]$. Se ne tracci il grafico. Sapendo che la soluzione esatta è

$$y(t) = 1 - \frac{9}{9 + \exp(t)},$$

si calcoli il massimo errore commesso in valore assoluto.