CORSO DI LAUREA IN CHIMICA

Corso di Algebra lineare
Prima prova intermedia - A.A. 2008/2009 - 17/4/2009

NOME **COGNOME**

Esercizio 1 Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & k & 0 & 3 \\ 3 & 0 & -1 & -5 \\ 3 & 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} k \\ 4 \\ -7 \\ -2 \end{bmatrix} \qquad ,$$

con $k \in \mathbf{R}$. Si verifichi, usando il metodo di Gauss, che esiste un solo valore di k per cui il sistema ha infinite soluzioni.
Per tale valore si indichino tutte le soluzioni, e se ne determini una, se esiste, soddisfacente le condizioni $x_1 = -x_2, \quad x_4 = 0$.

Esercizio 2 Data l'applicazione lineare $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ così definita:

$$f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 - x_3 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 \end{bmatrix},$$

si consideri la matrice A che la rappresenta rispetto alla base canonica di $\mathbf{R}^3$, e si trovino una base dell'immagine $S(A)$ e una base del nucleo $N(A)$.

Esercizio 3 Data la matrice 4×4 A i cui elementi a_{ij} sono così definiti:

$$a_{ij} = \begin{cases} 2 & \text{se } i = j \\ 1 & \text{se } |i - j| = 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases},$$

se ne calcoli il determinante applicando la regola di Laplace alla matrice stessa e alle sottomatrici 3×3 che intervengono nello sviluppo.

A