

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

4/7/2016

**Esercizio 1** Dato l'insieme dei numeri di macchina  $\mathcal{F}(2, 3, m, M)$  con un'aritmetica di macchina con arrotondamento, si verifichi se per  $\tilde{x} = \text{arr}(3/4)$  e  $\tilde{y} = \text{arr}(12)$  vale la seguente uguaglianza

$$(1 \oplus \tilde{x}) \odot \tilde{y} = \tilde{y} \oplus (\tilde{x} \odot \tilde{y}).$$

Si confronti il modulo degli errori effettivamente commessi con le limitazioni dei moduli degli errori ottenute applicando l'analisi diretta dell'errore ad entrambi gli algoritmi.

**Esercizio 2** Si consideri il metodo iterativo  $x_{i+1} = g(x_i)$  con  $g(x) = ax + b/x$  dove  $a, b > 0$  e  $a + b = 1$ .

- (a) Si dica quanti e quali sono i punti fissi di  $g(x)$ .
- (b) Per  $a = 3/4$  e  $b = 1/4$  si studi la convergenza del metodo iterativo compresa la scelta del punto iniziale e l'ordine di convergenza.
- (c) Si studi la convergenza del metodo iterativo nel caso generale di  $a, b > 0$  con  $a + b = 1$ .

**Esercizio 3** Dato  $\alpha$ , un parametro reale, sia  $A$  la matrice  $4 \times 4$  seguente

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \alpha \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) Si dica se ci sono valori del parametro  $\alpha$  per cui  $A$  ha predominanza diagonale.
- (b) Si studi la convergenza dei metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel ad un sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ .

**Esercizio 4** Sia data la funzione  $f(x) = \cos(\frac{\pi}{2}x)$ , ed i nodi  $x_0 = 0$  e  $x_i = 2i - 1$  per  $i = 1, 2, \dots, n$ .

- (a) Si determini il polinomio che interpola la funzione  $f(x)$  sui nodi  $x_i, i = 0, 1, \dots, n$ .
- (b) Per  $n = 2$  si dia una maggiorazione del modulo del resto d'interpolazione.