

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

15/02/2017

**Esercizio 1** È data la funzione  $f(x)$  espressa nelle due forme

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x, \quad x \in (0, \pi/4).$$

- (a) Si studi il condizionamento del calcolo di  $f(x)$ .
- (b) Si confrontino i due algoritmi dal punto di vista della stabilità numerica.

**Esercizio 2** Sono date le funzioni  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$  e  $g(x) = \frac{x^2+x-4}{3x-5}$ .

- (a) Si dica quante e quali sono le soluzioni reali dell'equazione  $f(x) = 0$  e dell'equazione  $x = g(x)$ .
- (b) Si studi la convergenza, compresa la scelta del punto iniziale e l'ordine di convergenza, del metodo delle tangenti alle soluzioni di  $f(x) = 0$ .
- (c) Si studi la convergenza del metodo iterativo  $x_{i+1} = g(x_i)$  alle soluzioni di  $x = g(x)$ .
- (d) Si confrontino le proprietà di convergenza dei due metodi alle soluzioni che le due equazioni hanno in comune.

**Esercizio 3** È data la matrice  $n \times n$

$$A = \begin{bmatrix} a & & & & b \\ b & a & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & b & a \end{bmatrix},$$

dove  $a$  e  $b$  sono parametri reali tali che  $|a| \neq |b|$ .

- (a) si calcolino gli autovalori di  $A$  scrivendo  $A = aI + bZ$  con  $Z$  matrice opportuna;
- (b) si dia una condizione necessaria e sufficiente sui parametri  $a$  e  $b$  affinché i metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel siano convergenti.

**Esercizio 4** È data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x+1}.$$

Si determini il polinomio  $p(x)$  di grado massimo 2 tale che  $1/p(x_i) = f(x_i)$ ,  $i = 0, 1, 2$  nei nodi  $x_0 = -3/4$ ,  $x_1 = 0$  e  $x_2 = 3$ .