

# Grammatiche ad attributi

Una **metodologia**,  
una **tecnica**,  
uno **strumento** per  
**analisi** (anche contestuali) e  
**generazione di codice**

# PARSING

Riconoscitori per

**appartenenza**: legalita' della frase (o stringa)

**struttura**: decomposizione della frase in sotto-frasi  
(parse tree)

$E ::= E (+ | *) E \mid \text{num}$

num \* ( num + num )

$E ::= F + E \mid F$

$F ::= H * F \mid H$

$H ::= \text{num} \mid (E)$

$E ::= F \{0\}$

$E' ::= + [E] \{2\}$

$F ::= H \{3\}$

$F' ::= * [F] \{5\}$

$H ::= \text{num} [6] \mid (E) [7]$

	+	*	num	(	)	\$
E			0	0		
E'	1				2	2
F			3	3		
F'	5	4			5	5
H			6	7		

# Dai riconoscitori ai generatori

- Parse tree
- Syntax e abstract tree
- Estendiamo i riconoscitori
- Attributi per i simboli grammaticali

# I riconoscitori perdono la struttura

**num \* ( num + num )**

	+	*	num	(	)	\$
E			0	0		
E'	1				2	2
F			3	3		
F'	5	4			5	5
H			6	7		

E -> FE' -> HF'E' -> numF'E' -> num\*FE' -> num\*HF'E' ->

-> num\*(E)F'E' -> num\*(FE')F'E' -> num\*(HF'E')F'E' ->

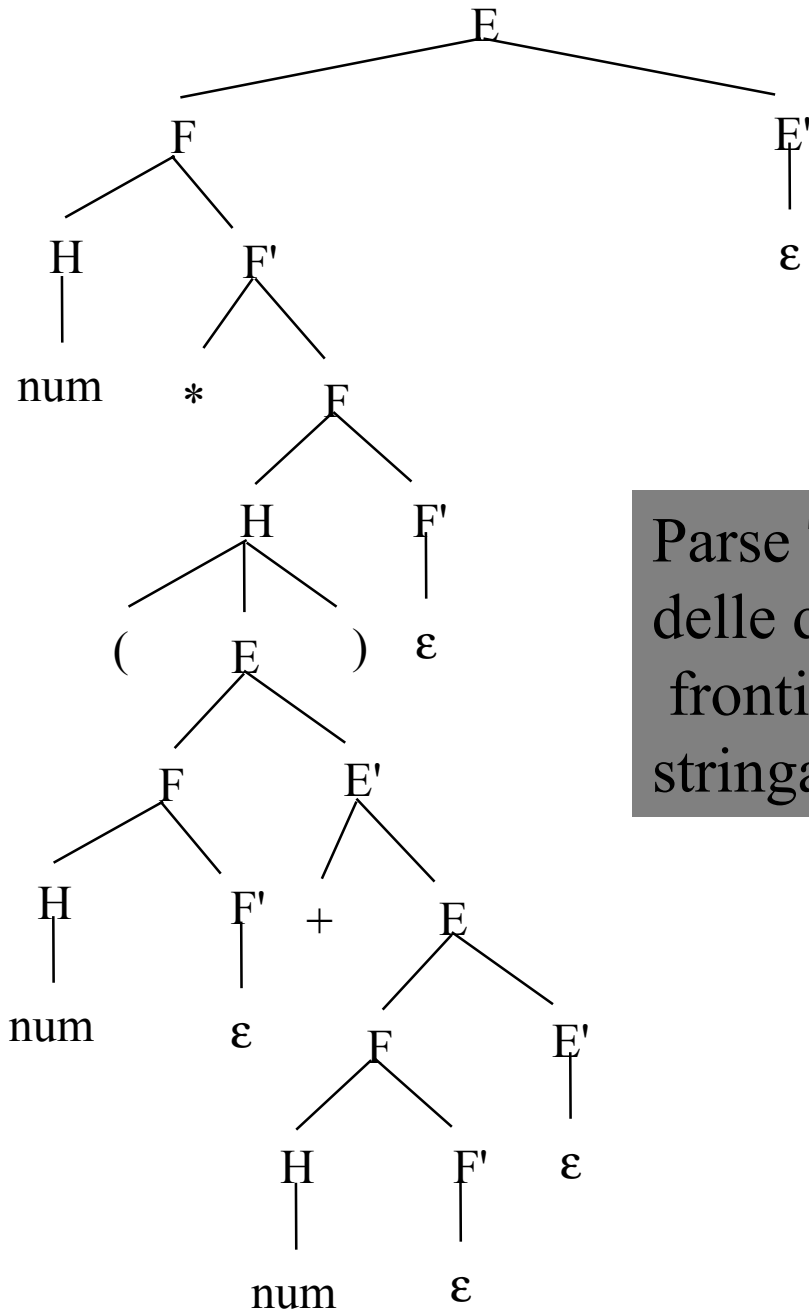
-> num\*(numF'E')F'E' -> num\*(numE')F'E' -> num\*(num+E)F'E'

-> num\*(num+FE')F'E' -> num\*(num+HF'E')F'E'

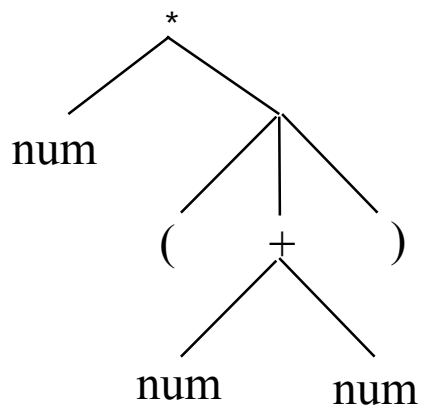
-> num\*(num+numF'E')F'E' -> num\*(num+numE')F'E'

-> num\*(num+num)F'E' -> num\*(num+num)E'

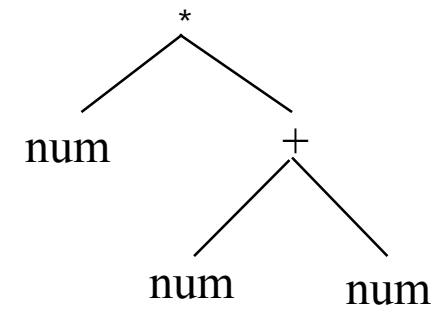
-> num\*(num+num)



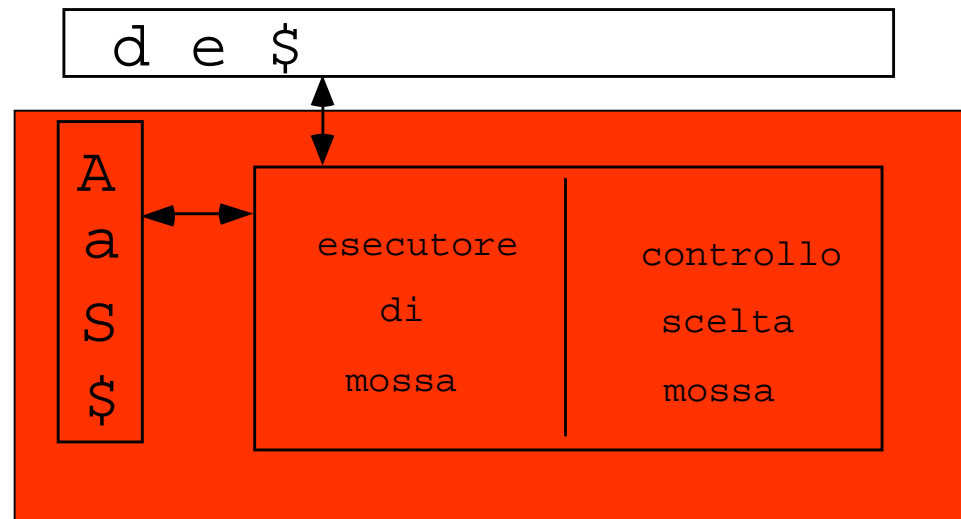
Parse Tree: mostra la struttura delle derivazioni con cui la frontiera e' riconosciuta come stringa appartenente alla grammatica



Syntax tree: contiene tutti i terminali inclusi quelli non **significativi**



Abstract tree: contiene i soli terminali **significativi**



**cambiamo le mosse:**

**espandere**

*corrisponde a*

**creare una struttura di albero**

**$E \rightarrow F E'$**

*corrisponde*

**$E \rightarrow F E' \{ \text{tree}(E) := \text{mk-tree}('E', \text{tree}(F), \text{tree}(E')) \}$**



# ATTRIBUTE GRAMMARS e SYNTAX DIRECTED DEFINITIONS (translations)

simboli grammaticali + attributi  
tree(E) ovvero E.tree  
E.depth

**SDD** = grammatica +  
funzione che associa:  
attributo  $p$  al simbolo  $A$  ( $A.p$ )  
espressione che definisce valore di  $A.p$

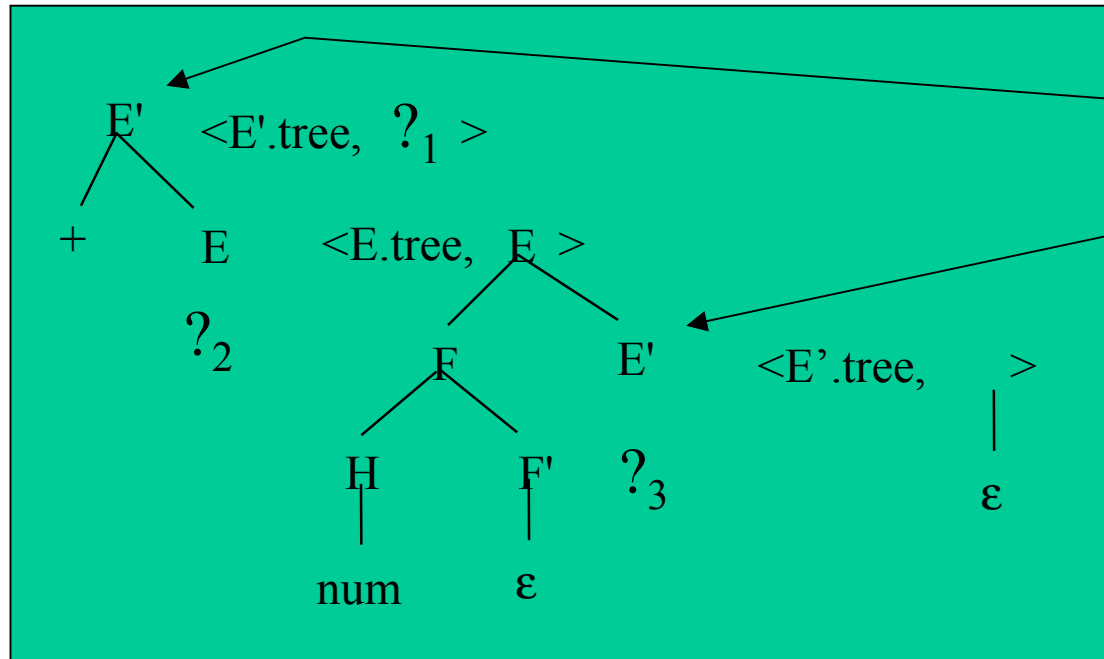
una semplice  
Grammatica G  
context free

$E ::= F E' [0]$   
 $E' ::= + E [1] \mid \epsilon [2]$   
 $F ::= H F' [3]$   
 $F' ::= * F [4] \mid \epsilon [5]$   
 $H ::= \text{num} [6] \mid (E) [7]$

Una **funzione** che  
associa valori agli  
**attributi** dei simboli

Una grammatica  
Ad attributi per G

$E ::= F E' [0]$	$E.\text{tree} := \text{mk-tree}('E', F.\text{tree}, E'.\text{tree}),$ $F.\text{depth} := E.\text{depth} + 1, E'.\text{depth} := E.\text{depth} + 1$
$E' ::= + E [1]$	$E'.\text{tree} := \text{mk-tree}('E'', \text{mk-leaf}('+'), E.\text{tree}),$ $+. \text{depth} := E'.\text{depth} + 1, E.\text{depth} := E'.\text{depth} + 1$
$E' ::= \epsilon [2]$	$E'.\text{tree} := \text{mk-tree}('E'', \text{mk-leaf}('\epsilon'))$ $\epsilon.\text{depth} := E'.\text{depth} + 1$
$F ::= H F' [3]$	$F.\text{tree} := \text{mk-tree}('F', H.\text{tree}, F'.\text{tree}),$ $H.\text{depth} := F.\text{depth} + 1, F'.\text{depth} := F.\text{depth} + 1$
$F' ::= * F [4]$	$F'.\text{tree} := \text{mk-tree}('F'', \text{mk-leaf}('*'), F.\text{tree}),$ $*.\text{depth} := F'.\text{depth} + 1, F.\text{depth} := F'.\text{depth} + 1$
$F' ::= \epsilon [5]$	$F'.\text{tree} := \text{mk-tree}('F'', \text{mk-leaf}('\epsilon'))$ $\epsilon.\text{depth} := E'.\text{depth} + 1$
$H ::= \text{num} [6]$	$H.\text{tree} := \text{mk-tree}('H', \text{mk-leaf}(\text{num})),$ $\text{num}.\text{depth} := H.\text{depth} + 1$
$H ::= (E) [7]$	$H.\text{tree} := \text{mk-tree}('H', \text{mk-leaf}('('), E.\text{tree}, \text{mk-leaf}(')'),$ $E.\text{depth} := H.\text{depth} + 1, (. \text{depth} := H.\text{depth} + 1,$ $(.\text{depth} := H.\text{depth} + 1,$



Gli attributi sono associati a istanze  
 dei simboli grammaticali

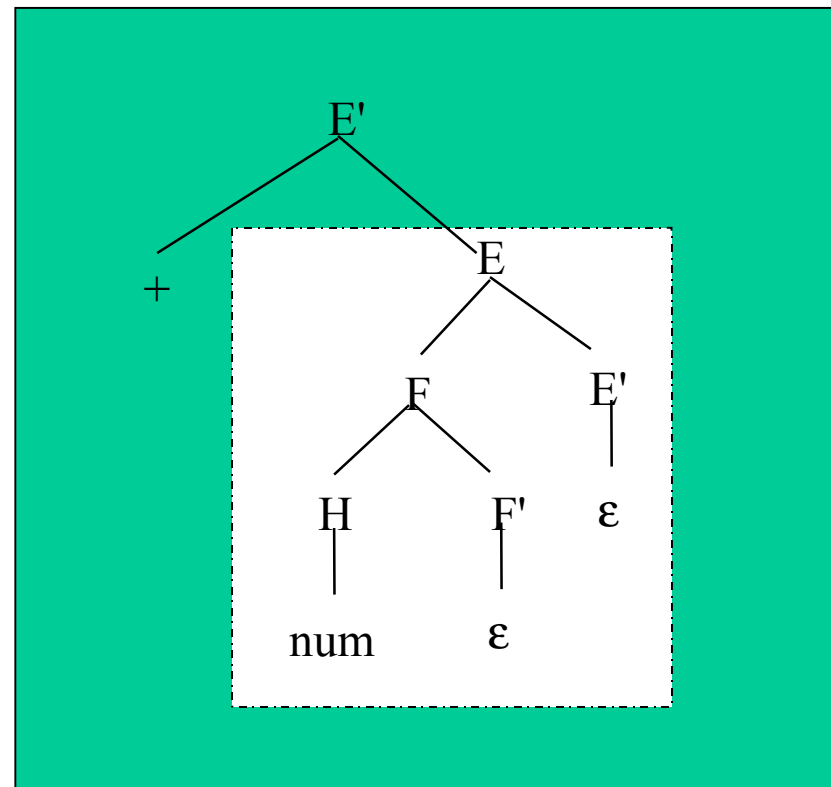
Chi e' il valore  $?_1$  dell' attributo *tree* di *E.tree* ?

Chi e' l'abeto  $?_2$

Chi e' il parse tree prodotto dalla derivazione:

$E' \rightarrow^* +num$

Il parse tree della derivazione da E  
coincide con  
Il valore dell'attributo tree di E



# Come si usano le SDD

- Proprieta' delle SDD
- Come e quando si calcolano i valori degli attributi
- Grafo delle dipendenze e topological sort
- Due classi di attributi
- Tre tipi di sistemi di calcolo

# Le proprietà' delle SDD

$$A ::= \beta \quad X_1.p_1 := e_1, \dots, X_n.p_n := e_n$$

- 1) gli attributi di un simbolo sono **definiti localmente alla produzione** in cui occorre il simbolo  
 $\{X_1, \dots, X_n\} \subseteq \{A\} \cup S(\beta)$

~~$A ::= B \mid a \mid A \mid b \quad \{C.c := C.c + 1\}$   
 $B ::= C \mid B \mid d$   
 $C ::= c \mid C \mid e$~~

**NO**

dove  $S(\beta)$  e' l'insieme dei simboli occorrenti in  $\beta$ .

2) le **espressioni** con cui sono definiti possono utilizzare solo attributi di simboli della produzione

$$S(e_1) \cup \dots \cup S(e_n) \subseteq \{A\} \cup S(\beta)$$

~~A ::= B a A | b {A.c := C.c}~~  
~~B ::= C B | d~~  
~~C ::= c C | c~~

**NO**

**Se una produzione ha piu' occorrenze di uno stesso simbolo grammaticale:**

**indichiamo occorrenze differenti**  
per distinguere gli attributi di una da quelli dell'altra

A ::= A B A diventa:  $A_1 ::= A_2 B A_3$   
*pertanto*  $A_3.d := A_1.d + A_2.d + B.d$

$A_1 ::= B a A_2 | b \{A_1.c := B.c + A_2.c\}$   
 $B ::= C B | d$   
 $C ::= c C | c$

3) espressioni possono usare  
**operatori** (calcolare valori)  
**attribute grammars**  
**effetti laterali** (modificare lo stato)  
print  
update di symbol-table

Attenzione al metalinguaggio con cui  
Esprimiamo le definizioni degli attributi

$A_1 ::= B \text{ a } A_2 \mid b \{ \text{if } B.c > A_2.c \text{ then } A_1.c := A_2.c \text{ else } A_1.c := B.c \} B.c := \min(A_2.c, B.c)$   
 $B ::= C B \mid d$   
 $C ::= c C \mid c$



4) espressioni devono essere effettivamente calcolabili

$X.p := e(Y1.p1, \dots, Yk.pk)$

allora al momento di calcolare  $X.p$

i valori di  $Y1.p1, \dots, Yk.pk$  devono essere tutti disponibili

~~$A_1 ::= B \text{ a } A_2 \mid b \{A_1.c := A_1.c + B.c\} \{B.c := A_1.c, A_2.c := B.c\}$   
 $B ::= C \text{ B } \mid d$   
 $C ::= c \text{ C } \mid c$~~

**d: QUANDO SI CALCOLA UN ATTRIBUTO?**

r: **quando serve** (ed a tale tempo deve essere calcolabile)

**d: Quando deve essere possibile calcolare un attributo?**

r: a chi abbiamo detto che appartiene un attributo?

ai simboli grammaticali di ogni parse tree

**quando abbiamo i simboli grammaticali del parse tree  
tutte le espressioni devono essere effettivamente calcolabili**

# GRAFO DELLE DIPENDENZE

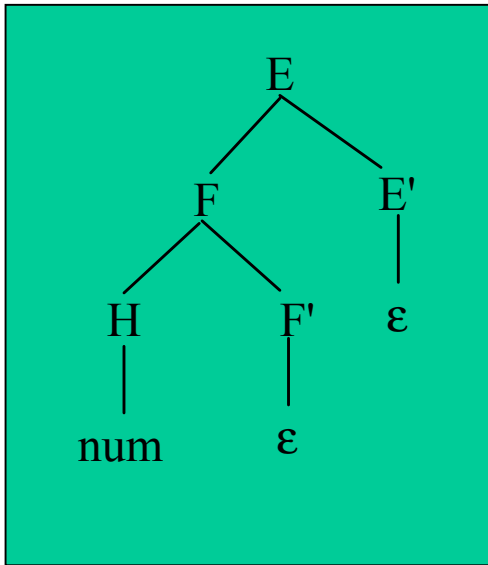
$X.p := e(Y1.p1, \dots, Yk.pk)$

$Y1.p1, \dots, Yk.pk$  occorrenti nel parse tree devono essere legate prima di  $X.p$

G.D. = 1 vertice per ogni attributo

1 arco per ogni coppia di attributi  $u.p$  e  $v.q$

*orientato da  $v.q$  a  $u.p$  se  $u.p$  dipende da  $v.q$*

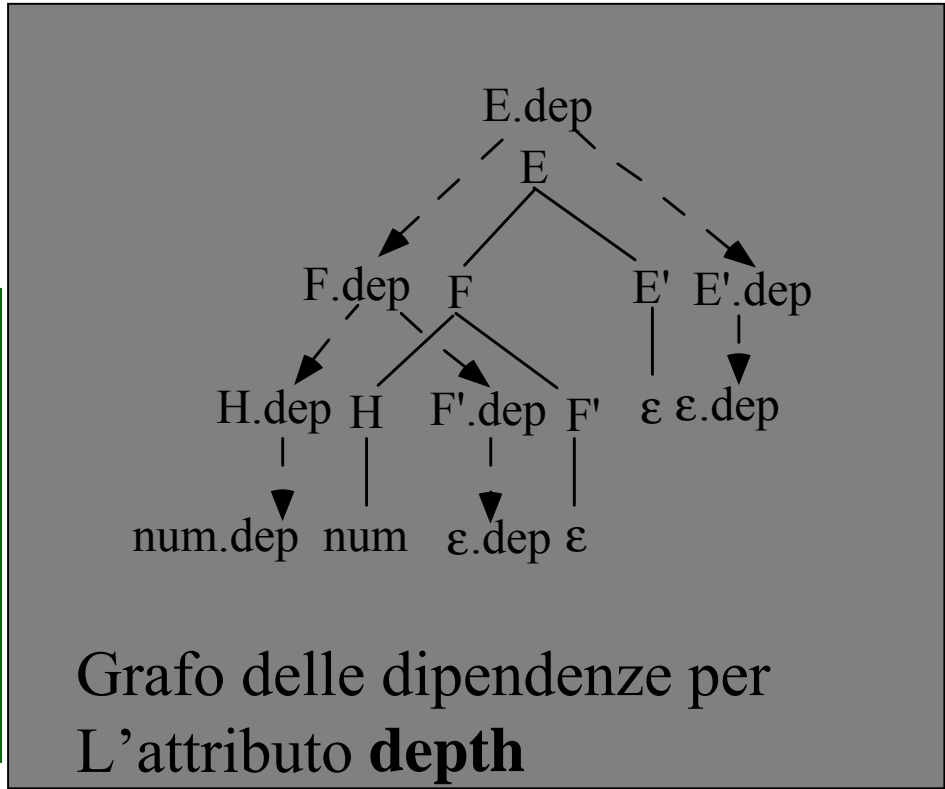
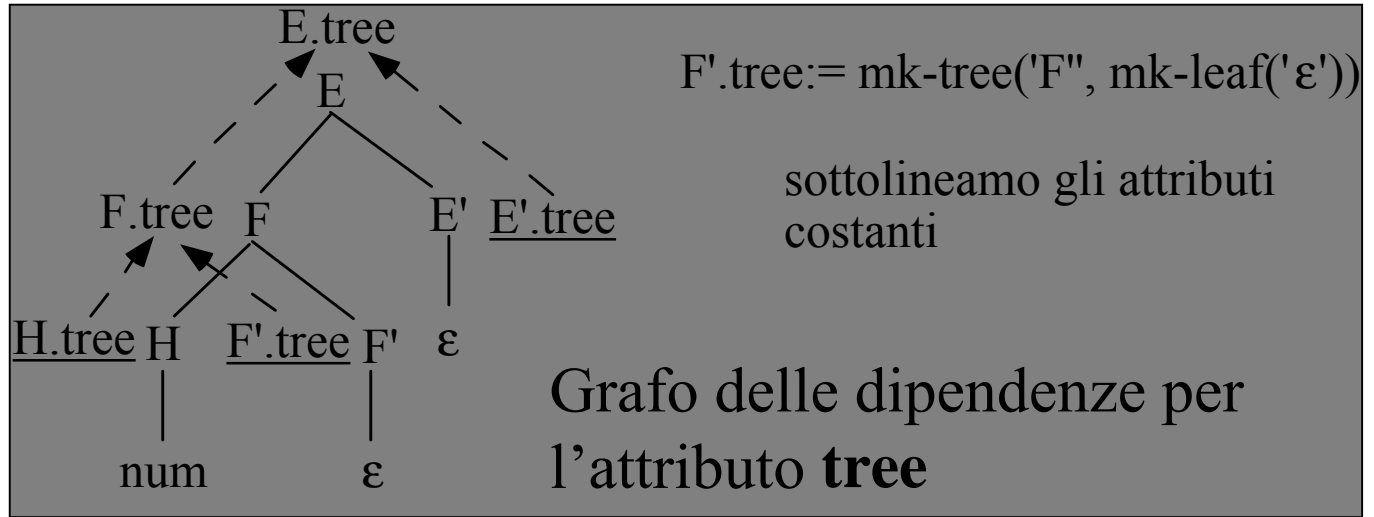


Parse Tree

```

E ::= F E'   {E.tree := mk-tree('E', F.tree, E'.tree),
              F.depth := E.depth + 1, E'.depth := E.depth + 1}
...
E' ::= ε     {E'.tree := mk-tree('E'', mk-leaf('ε')),
              ε.depth := E'.depth + 1}
F ::= H F'   {F.tree := mk-tree('F', H.tree, F'.tree),
              H.depth := F.depth + 1, F'.depth := F.depth + 1}
...
F' ::= ε     {F'.tree := mk-tree('F'', mk-leaf('ε')),
              ε.depth := F'.depth + 1}
H ::= num    {H.tree := mk-tree('H', mk-leaf('num')),
              num.depth := H.depth + 1}

```



**TOPOLOGICAL SORTING** di un grafo =

ordinamento *parziale* dei nodi che rispetta la relazione definita dall'orientamento degli archi: *no cicli*

quale dei due grafi contiene espressioni calcolabili in modo effettivo ?

la prima perche' .....

mentre la seconda....

Useremo sempre G.D. + T.S. per stabilire effettività

T.S. fornisce anche un *controllo per l'esecuzione*  
delle espressioni

controllo vincolato al calcolo del parse tree

Per calcolare gli attributi  
dobbiamo sempre generare prima il parse tree ?

NO: vedremo quando possiamo evitarlo

- Vantaggioso in generale (anticipiamo il calcolo)
- Indispensabile in compilatori 1-passo

# VARI TIPI DI ATTRIBUTI

## sintetizzato

dipende da attributi dei soli figli nel parse tree

$$X ::= \beta \quad X.p := e(Y1.p1, \dots, Yk.pk)$$

dove  $\{Y1, \dots, Yk\} \subseteq S(\beta)$

ESEMPIO: tree

$$\begin{aligned} A_1 ::= B \text{ a } A_2 \{A_1.c := B.c + A_2.c\} \\ A ::= b \{A.c := \dots\} \\ B_1 ::= C B_2 \{B_1.c := \dots\} \\ B ::= d \{B.c := \dots\} \\ C ::= c \mid C \mid c \end{aligned}$$

Utili in: analisi e/o **semantica composizionale**

semantica costruito dipende solo da  
semantica delle strutture componenti

## ereditato

dipende da attributi del padre e dei fratelli nel parse tree

$$A ::= \beta \quad X.p := e(Y1.p1, \dots, Yk.pk) \\ \text{dove } \{Y1, \dots, Yk\} \subseteq \{A\} \cup S(\beta) \ \& \ X \in S(\beta)$$

ESEMPIO: depth

```
A ::= B a A {B.inc:=0}
A ::= b
B1 ::= C B2 {B2.inc:=C.outc, B1.outc:=B2.outc}
B ::= d {B.outc:=B.inc}
C1 ::= c C2 {C1.outc:=...}
C ::= e {C.outc:=...}
```

Utili per: esprimere proprietà che dipendono dal contesto in cui il costrutto occorre e/o semantica non-composizionale

esempio: distinzione tra espressioni denotabili e memorizzabili

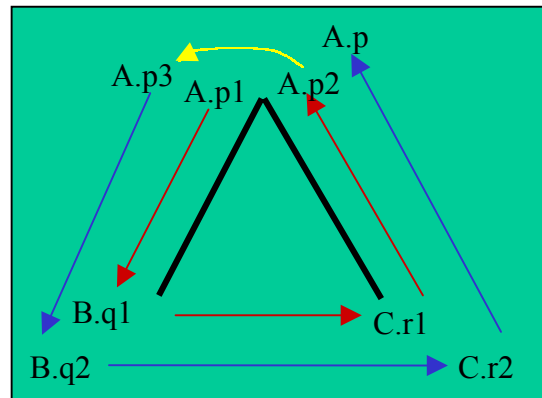


# VALUTAZIONE DEGLI ATTRIBUTI

Tre metodi per calcolare le *regole semantiche*

## 1) **parse tree:**

- si costruisce il parse tree P
- si costruisce G.D.
- si genera un T.S.
- si costruisce una procedura che visita P in accordo a T.S. e valuta le espressioni (azioni) associate



inconvenienti: almeno due passi (per le quattro fasi)  
occorre costruire il parse tree interamente

## 2) **rule-based:**

- il controllo nell'ordine della valutazione e' stabilito ispezionando la SDD e inserito in una co-routine
- la co-routine e' eseguita alternandosi al parser

inconvenienti: scarsa semplicita' e error prone

(spazio nomi Parser e SDD, scelta dei tempi di interazione)

## 3) **oblivious:**

il controllo e' stabilito dal parser ed e' indipendente dagli attributi

inconvenienti: scarsa applicabilita'

(il controllo del parser deve essere compatibile con un T.S.)

2-3 sono a compile construction time  
1 e' in tempo successivo

# Applicazioni delle Attribute Grammars

- **Potenza: context sensitive e attribute grammars**
- **Il metodo oblivious: visita depth-first**
- **Grammatiche l-attributate**
- **Esecutori bottom-up: sintetizzati**
- **Esecutori top-down: l-attributate**
- **Bottom-up: Trasformazioni per l-attributate**

# Le attribute grammars (o SDD) hanno una notevole potenza

ricordate !! : un linguaggio non context-free

$$L_2 = \{u^n v^n z^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$S ::= A E$

$A ::= u A v B \mid e$

$B v ::= v B$

$B E ::= z$

$B z ::= z z$

Il riconoscimento di grammatiche context sensitive puo' richiedere Riconoscitori assai piu' complessi dei lineari LL e LR introdotti.

Utilizzando attribute grammars generiamo un riconoscitore basato su LL (LR) per  $L_2$

## Un riconoscitore basato su LL per L2

- selezioniamo un super linguaggio L1 per L2 ( $L2 \subset L1$ ): L1 deve avere un riconoscitore LL o LR

$$L1 = \{u^n v^k z^n \mid n, k \in \mathbb{N}\}$$

- estendiamo la grammatica G per L1 con attributi che:
  - associno al simbolo distinto S di G il valore *vero* se la frase derivata appartiene ad L2 *falso* altrimenti
  - la grammatica attributata ammetta metodo oblivious

$S' ::= S [0]$	$S'.L2 := (S.n = S.k)$
$S^1 ::= u S^2 z [1]$	$S^1.n := S^2.n + 1, S^1.k := S^2.k$
$S ::= L [1]$	$S.n := 0, S.k := L.k$
$L^1 ::= v L^2 [2]$	$L^1.k := L^2.k + 1$
$L ::= \epsilon [3]$	$L.k := 0$

Quale linguaggio genera la grammatica: ovvero chi e' l'insieme frontiera dei parse tree irradicati su  $S'$ ,  $PT(S')$ ,

$$L1 = \{ \text{fron}(T) \mid T \in PT(S') \}$$

$$L2 = \{ \text{fron}(T) \mid T \in PT(S') \ \& \ S'.L2 \}$$

Abbiamo un riconoscitore per L2 senza utilizzare  
ne' una grammatica *context sensitive*  
ne' un riconoscitore di tale tipo

L'attributo L2:

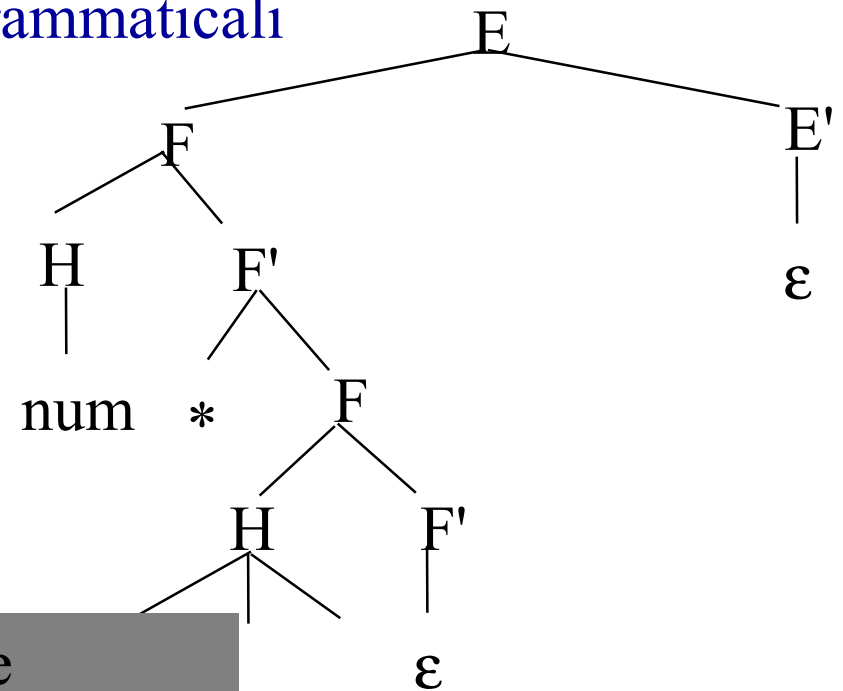
di che tipo e' ?

e' valutabile utilizzando oblivious  
basato su parsing di G ?

# Metodo oblivious: quando e' applicabile ?

compatibilita' tra  
ordine di valutazione attributi e  
generazione simboli grammaticali

Top-down e Bottom-up  
generano sempre depth-first:



Il metodo oblivious e' sempre utilizzabile  
quando *depth-first* e' un *topological sort*  
per il grafo delle dipendenze della grammatica



# GRAMMATICHE L-ATTRIBUATE

SDD e' l-attributata se in ogni produzione

$$A_0 ::= A_1 \dots A_k$$

gli ereditati di  $A_j$ , per  $1 \leq j \leq k$ , dipendono da attributi di  $A_i$  con  $0 \leq i < j$

le **S-attributate** (grammatiche con soli sintetizzati) sono l-attributate

Th. Se  $G$  ha riconoscitore top-down/bottom-up e  $G'$  e' un l-attributata di  $G$ . Allora,  $G'$  ha esecutore top-down/bottom-up.

# Esecutori Bottom-Up per S-attributate

- estendiamo i valori dello stack di controllo di LR associamo ad ogni simbolo:
  - gli eventuali attributi (sintetizzati)
  - lo stato della transizione dell'automa dei viable prefix



- Ad ogni riduzione  $A ::= B_1 \dots B_n \{ \alpha \}$  calcoliamo l'azione definente i sintetizzati di A.  
Se  $\alpha$  richiede i valori di sintetizzati di  $B_i$ , tali valori sono associati a  $B_i$  che si trova  $(n-i)$  posizioni dal top dello stack

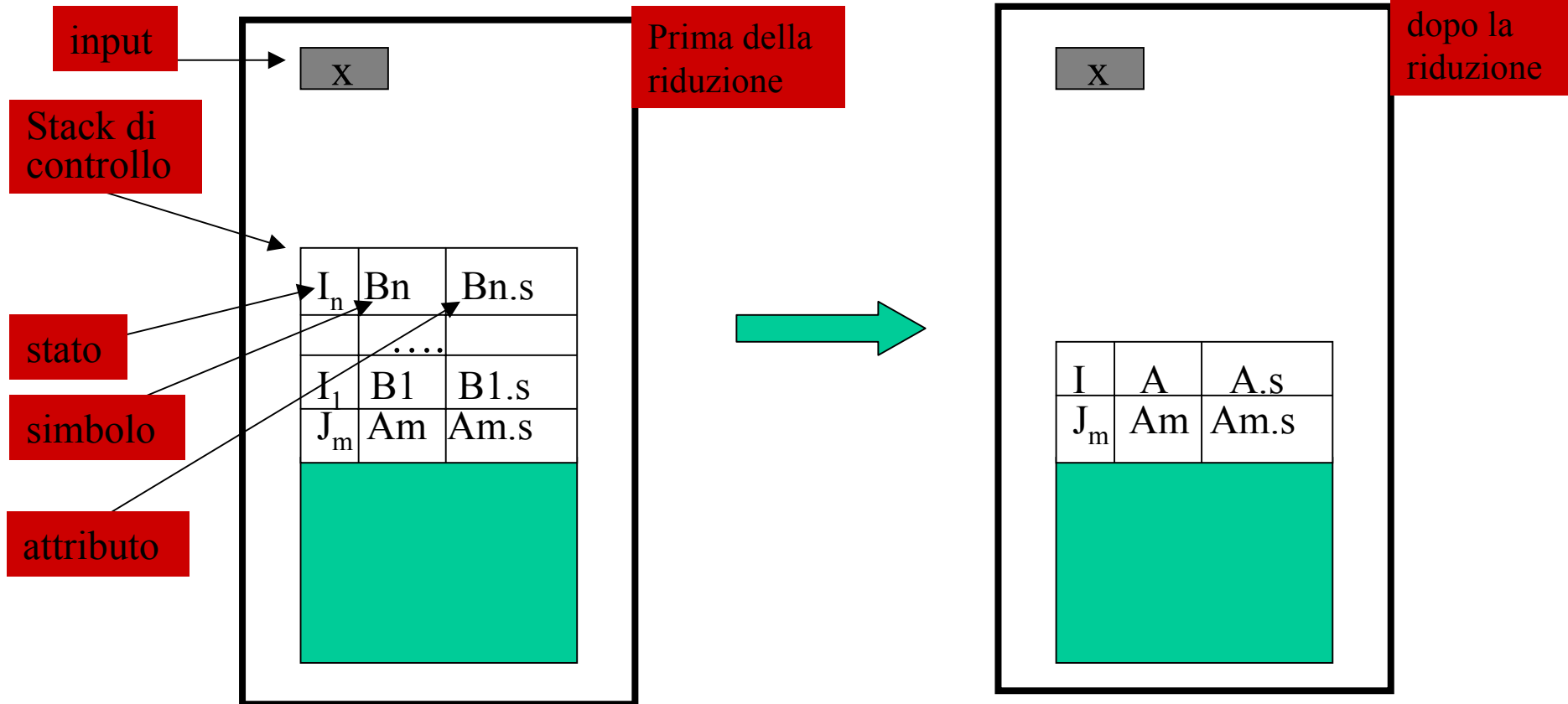
produzione

$(k) A ::= B_1 \dots B_n \{ \alpha \}$

Tablee riconoscitore LR

Action( $I_n, x$ ) = R/k

Goto( $J_m, A$ ) = I



stato

simbolo

attributo

$B_i$  e i loro attributi  $B_i.s$  sono stati calcolati dalle precedenti riduzioni (figli - depth first)

$A.s = [\alpha]$  e' calcolato: puo' dipendere solo da sintetizzati di  $B_i$  (figli di  $A$ ) tutti sullo stack

# Esecutori Top-Down per L-attributate

- Facciamo emergere le dipendenze tra attributi

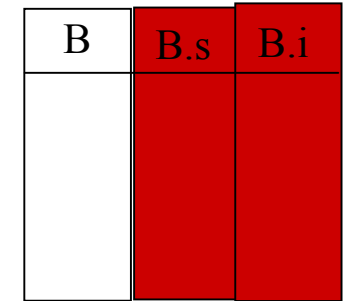
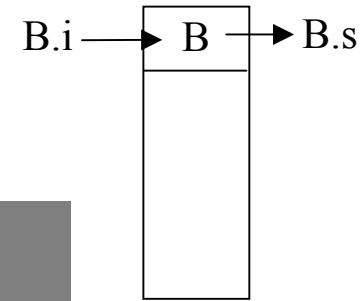
**translation scheme** = grammatiche c.f. le cui produzioni contengono semantic actions (espressioni) che calcolano attributi dei simboli grammaticali

$$A ::= \{\beta_1\} B_1 \dots \{\beta_k\} B_k \{\alpha\}$$

- ereditato di un simbolo destro,  $B_i$ , deve essere calcolato in action,  $\beta_i$ , che precede il simbolo
- action puo' usare solo attributi di simboli  $B_i$  che precedono e gli ereditati di  $A$

Th. Ogni L-attributata puo' essere trasformata in un T.S.

- Trasformiamo la L-attributata in un T.S.

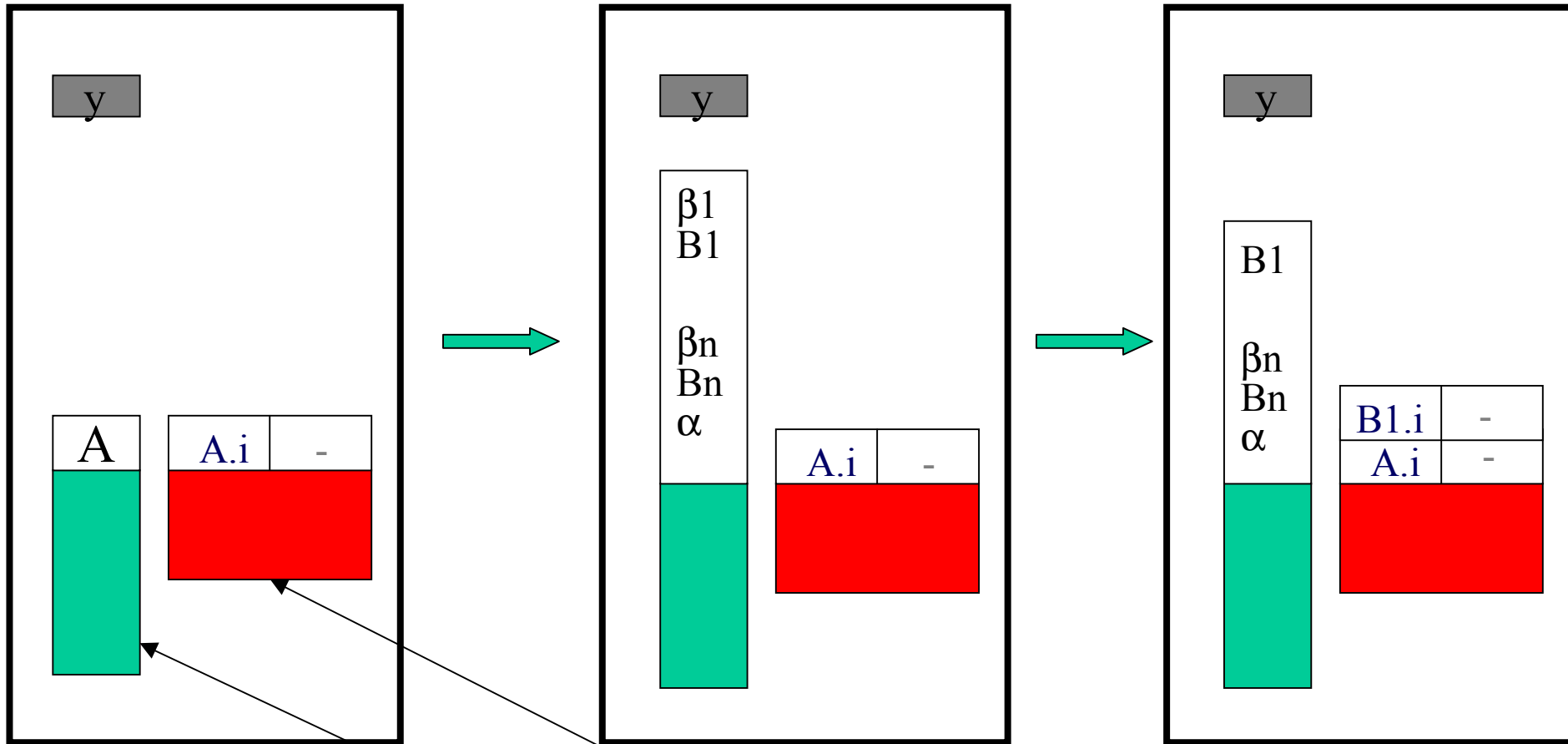


- Accoppiamo lo stack di controllo, C, con
  - uno stack per i sintetizzati, S,
  - uno stack per gli ereditati, I.

- Estendiamo lo stack di controllo LL con le azioni:
  - Ad ogni derivazione  $A ::= \{\beta_1\} B_1 \dots \{\beta_k\} B_k \{\alpha\}$ ,  $\{\beta_1\}$ ,  $B_1$ ,  $\dots$ ,  $\{\beta_k\}$ ,  $B_k$ ,  $\{\alpha\}$  sono inserite nello stack
  - Quando un'azione,  $\beta_i$  (o  $\alpha$ ), e' selezionata dal top dello stack, l'azione e' valutata:
    - Il valore calcolato e' posto nel top dello stack I (o S)
    - Se l'azione richiede i valori di attributi di  $B_j$  ( $j < i$ ), tali valori sono estratti da  $(i-j)$  posizioni dal top dello stack

(k)  $A ::= \{\beta_1\} B_1 \dots \{\beta_n\} B_n \{\alpha\}$

$M(A, y) = k$

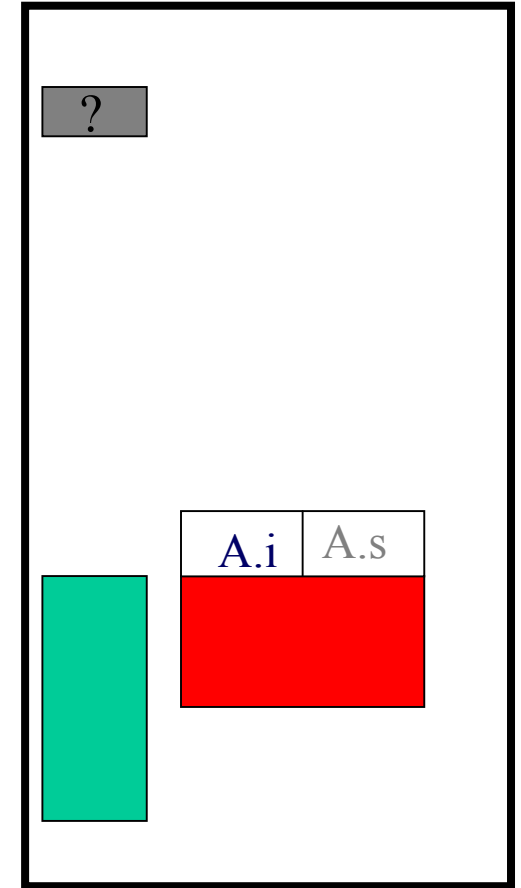
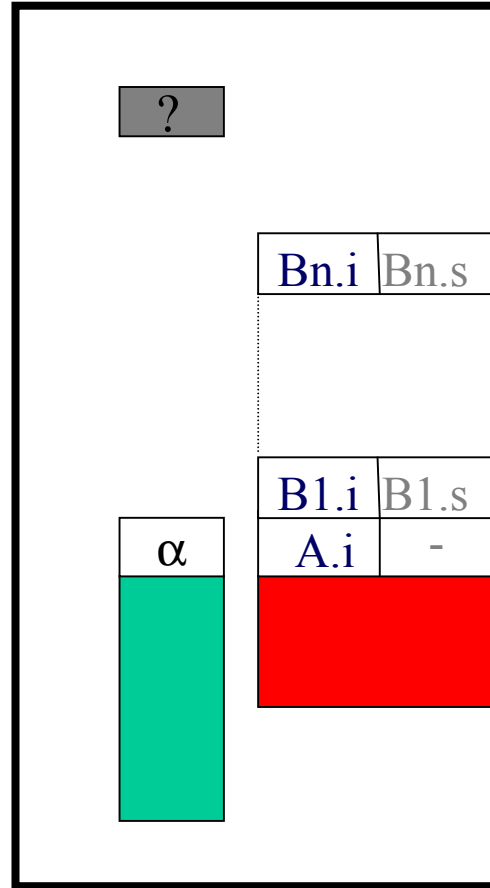
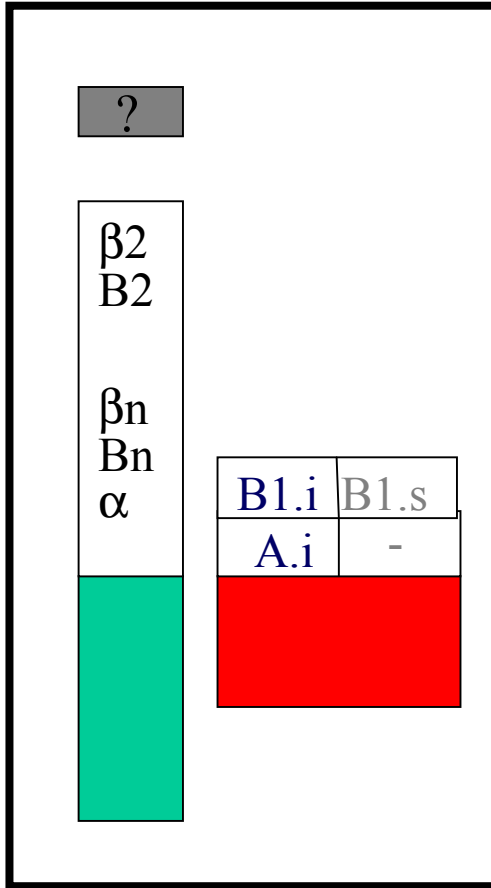


$A.i$  e' calcolato dalla precedente derivazione (fratelli -depth first)

**Stack C**

**Stack I/S**

$B_1.i = [\beta_1]$  e' calcolato: Puo' dipendere solo da Ereditati di  $A$  (tutti in stack)

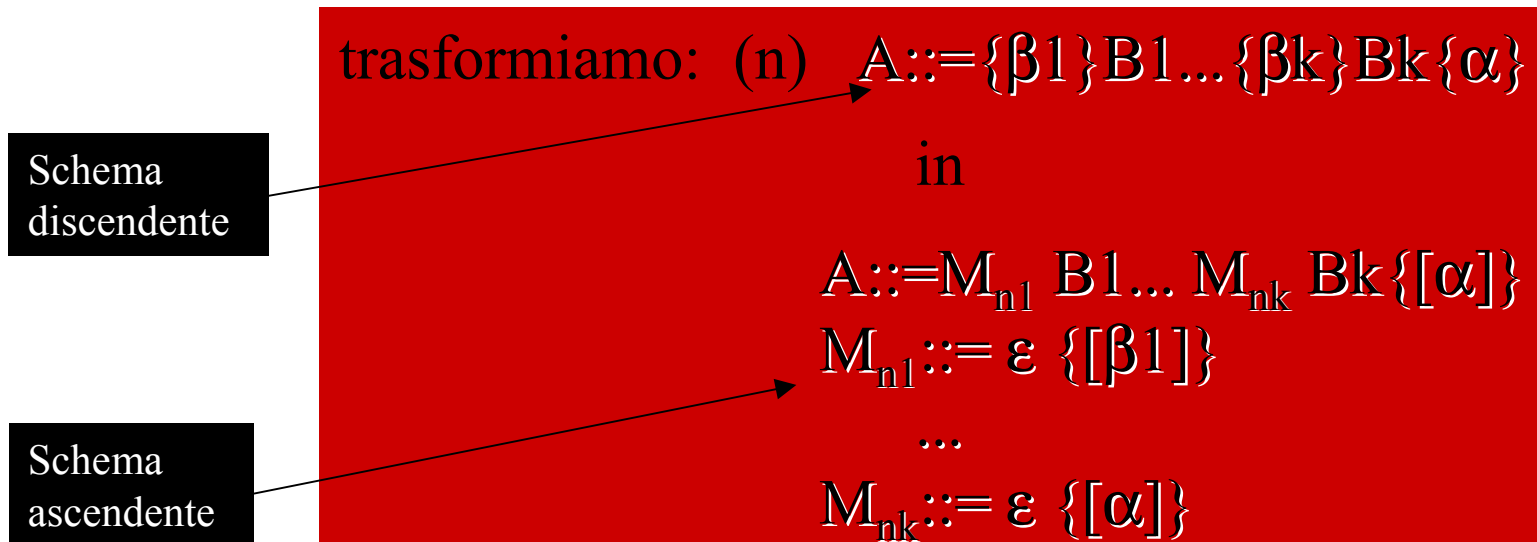


Tutti gli attributi per calcolare  $\alpha$

Dove prima era A (ovvero ) ora ci sono gli attributi

# Bottom-up: Trasformazioni per L-attributate

## MARCATORI



Azioni interne allo schema sono trasformate in azioni finali su  $\varepsilon$ -riduzioni definite dai marcatori. I marcatori, uno per azione, identificano l'origine della riduzione e consentono di identificare: *ereditati* dei simboli grammaticali con *sintetizzati di marcatori*



# Bottom-up: Trasformazioni per L-attributate

## Fattorizzazione

trasformiamo:  $(n) A ::= \{\beta_1\} B_1 \dots \{\beta_k\} B_k \{\alpha\}$

Schema  
discendente

in

$$A ::= A_{nk} B_k \{[\alpha]\}$$
$$A_{nk} ::= A_{nk-1} B_{k-1} \{[\beta_k]\}$$

...

$$A_{n2} ::= A_{n1} B_1 \{[\beta_2]\}$$
$$A_{n1} ::= \varepsilon \{[\beta_1]\}$$

Schema  
ascendente

Azioni interne allo schema sono trasformate in azioni finali sulle produzioni  $A_i$ . I nuovi simboli  $A_i$  associano a sinistra marcatori, uno per azione, identificano l'origine della riduzione e consentono di identificare: *ereditati* dei simboli grammaticali con *sintetizzati di marcatori*

# Esecutori Oblivious: Implementazione

- **Top-down:**

- Invariante di traduzione
- Traduzione di espressioni,  $\alpha$ , con operandi attributi, in azioni  $[\alpha]$  sugli stack I/S con operandi su I/S

- **Bottom-up:**

- Invariante di traduzione
- Traduzione di espressioni,  $\alpha$ , con operandi attributi, in azioni  $[\alpha]$  sullo stack di controllo C con operandi su C

**argomento non trattato**