AltriEsercizi2 (lunedì 21/3/2016) Esercizio1

Esercizio

Si dia una grammatica non ambigua che generi tutte e sole le sequenze di stringhe sull'alfabeto a,b,c e tali che le occorrenze di "a" precedano quelle di "b" e "c" e siano almeno in numero doppio rispetto quest'ultime.

- Dalla discussione in aula emergono le seguenti 3 grammatiche.

Grammatica 1

$\mathtt{G1} \equiv (\{\mathtt{S}, \mathtt{A}, \mathtt{D}\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}, \mathtt{S}, \{\mathtt{S} \rightarrow \mathtt{AD}|\epsilon, \mathtt{A} \rightarrow \mathtt{aA}|\epsilon, \mathtt{D} \rightarrow \mathtt{aaDb}|\mathtt{aaDc}\})$

Grammatica 2

$\mathtt{G2} \equiv (\{\mathtt{S}, \mathtt{A}\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}, \mathtt{S}, \{\mathtt{S} \rightarrow \mathtt{aaSb}|\mathtt{aaSc}|\mathtt{A}, \mathtt{A} \rightarrow \mathtt{aA}|\epsilon\})$

Grammatica 3

$\mathtt{G3} \equiv (\{\mathtt{S}, \mathtt{D}\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}, \mathtt{S}, \{\mathtt{S} \rightarrow \mathtt{aS}|\mathtt{D}, \mathtt{D} \rightarrow \mathtt{aaDb}|\mathtt{aaDc}|\epsilon\})$

AltriEsercizi2 (lunedì 21/3/2016) Esercizio2

Esercizio

Si mostri la riduzione e si dica cosa calcola il lambda termine:
$(\lambda y.\lambda x.(\lambda x.x + y)(x - y))\,3\,5$ *dove i simboli di costante* $+$, *-, 3, 5, denotino somma e sottrazione intera e gli interi 3 e 5, rispettivamente.*

- Una possibile sequenza di conversioni:

$$
\begin{aligned}
&(\lambda y.\lambda x.(\lambda x.x + y)(x - y))\,3\,5\\
&\qquad\qquad \to_\beta (\lambda y.\lambda x.((x - y) + y))\,3\,5\\
&\qquad\qquad \to_{+/-} (\lambda y.\lambda x.x)\,3\,5\\
&\qquad\qquad \to_\beta (\lambda x.x)\,5\\
&\qquad\qquad \to_\beta 5
\end{aligned}
$$

- Ne esistono altre.
- Tutte confluenti con il termine finale 5.

Esercizio

Si dimostri il termine $\Psi \equiv \lambda y.(\lambda x.y(xx))(\lambda x.y(xx))$ *un calcolatore dei punti fissi dei termini del lambda calcolo. Ovvero:*

per ogni F, $\Psi(F) = F(\Psi(F))$

• La relazione = è la relazione di equivalenza tra termini definita da:

$t_1 = t_2$ if $t_1 \rightarrow t_2$

$$\begin{aligned}
\Psi(F) &\equiv (\lambda y.(\lambda x.y(xx))(\lambda x.y(xx)))F \\
&\rightarrow_\beta (\lambda x.F(xx))(\lambda x.F(xx)) \\
&\qquad\qquad \text{hence: } \Psi(F) = (\lambda x.F(xx))(\lambda x.F(xx)) \\
&\rightarrow_\beta F((\lambda x.F(xx))(\lambda x.F(xx))) \\
&\quad = F(\Psi(F)) \text{ per sostituzione di } = \text{ con } = \\
&\qquad\qquad \text{hence: } \Psi(F) = F(\Psi(F))
\end{aligned}$$

• Uso *intensionale* di Ψ nel calcolo di funzioni ricorsivamente

Esempio. Sia F il seguente funzionale sulla variabile $+$.

$F \equiv (\lambda + .\lambda n.\lambda m.\mathtt{if}\,(n = 0)\, m\, (+(\mathtt{pred}\, n)(\mathtt{succ}\, m)))$

Allora, $\mathtt{sum} \equiv \Psi(\lambda + .\lambda n.\lambda m.\mathtt{if}\,(n = 0)\, m\, (+(\mathtt{pred}\, n)(\mathtt{succ}\, m)))$ calcola la funzione somma su ogni coppia di naturali.

Esercizio

Si dimostri il termine $\Psi \equiv \lambda y.(\lambda x.y(xx))(\lambda x.y(xx))$ *un calcolatore dei punti fissi dei termini del lambda calcolo. Ovvero:*

per ogni F, $\Psi(F) = F(\Psi(F))$

- La relazione = è la relazione di equivalenza tra termini definita da:

...

- Uso *intensionale* di Ψ nel calcolo di funzioni ricorsivamente

Esempio. Sia $\mathtt{F}$ il seguente funzionale sulla variabile $+$.

$$\mathtt{F} \equiv (\lambda + .\lambda\, \mathtt{n}.\lambda\, \mathtt{m}.\mathtt{if}\,(\mathtt{n} = 0)\,\mathtt{m}\,(+(\mathtt{pred}\,\mathtt{n})(\mathtt{succ}\,\mathtt{m})))$$

Allora, $\mathtt{sum} \equiv \Psi(\lambda + .\lambda\, \mathtt{n}.\lambda\, \mathtt{m}.\mathtt{if}\,(\mathtt{n} = 0)\,\mathtt{m}\,(+(\mathtt{pred}\,\mathtt{n})(\mathtt{succ}\,\mathtt{m})))$ calcola la funzione somma su ogni coppia di naturali.

L'abbiamo applicata al calcolo di $\mathtt{sum}\,3\,5$, ottenendo:

$$\begin{aligned}
&\mathtt{sum}\,3\,5\\
&\quad \to_\beta (\lambda\, \mathtt{n}.\lambda\, \mathtt{m}.\mathtt{if}\,(\mathtt{n} = 0)\,\mathtt{m}\,(\mathtt{sum}(\mathtt{pred}\,\mathtt{n})(\mathtt{succ}\,\mathtt{m})))\,3\,5\\
&\quad \to_\beta (\lambda\, \mathtt{m}.\mathtt{if}\,(3 = 0)\,\mathtt{m}\,(\mathtt{sum}(\mathtt{pred}\,3)(\mathtt{succ}\,\mathtt{m}))\,5)\\
&\quad \to_\beta \mathtt{if}\,(3 = 0)\,5\,(\mathtt{sum}(\mathtt{pred}\,3)(\mathtt{succ}\,5))\\
&\quad \to_{\mathtt{if}} \mathtt{sum}\,2\,6\\
&\quad \to_{\beta/\beta/\beta/\mathtt{if}} \mathtt{sum}\,1\,7\\
&\quad \to_{\beta/\beta/\beta} \mathtt{if}\,(0 = 0)\,8\,(\mathtt{sum}(\mathtt{pred}\,0)(\mathtt{succ}\,8))\\
&\quad \to_{\mathtt{if}} 8
\end{aligned}$$

AltriEsercizi2 (lunedì 21/3/2016) Esercizio4

Esercizio

Si dia una semantica SOS della Logica Combinatoria.

Linguaggio: ... sintassi astratta....
Stato: ..... struttura dello stato utilizzato dalla SOS......
Regole: ..... definizione delle transizioni ....

(confronta soluzione con quella data per il Lambda Calcolo, lunedì 4/arile/2016)

AltriEsercizi2 (lunedì 21/3/2016) Esercizio5

Esercizio

Si: a) scriva
b) compili
c) esegua
una versione strutturata in moduli del programma Deriva discusso e parzialmente scritto (in un unico modulo) lunedí 14/3/2016.
Si utilizzi tale versione per calcolare derivazioni con la grammatica:

$$\mathtt{G}' \equiv (\{\mathtt{S},\mathtt{A}\},\{\mathtt{a},\mathtt{b},\mathtt{c}\},\mathtt{S},\{\mathtt{S}\to\mathtt{aSc}|\mathtt{A},\mathtt{A}\to\mathtt{bSb}|\mathtt{b}\})$$