Sintassi, Semantica

Sommario: 22 marzo, 2021

- Decidibilità dell'appartenenza in grammatiche libere
- Grammatiche "strane"
- Sintassi Astratta
- Sintassi Concreta vs. Astratta
- Modifichiamo la Semantica

Esercizio (da slide 5)

Sia size la funzione $|\_| : (\mathtt{T} \cup \ \mathtt{NT})^* \rightarrow \mathcal{N}$ *che applicata ad una stringa di terminali e non terminali di una grammatica calcola il numero di terminali presenti in essa.*
Si dimostri che le grammatiche Context Free, hanno relazione $\Rightarrow$ *monotona rispetto a size, ovvero:*

$$\forall \mathtt{G} = < \mathtt{T}, \mathtt{NT}, \mathtt{S}, \mathtt{P} >, \in \mathcal{G}^{\mathcal{F}}$$
$$\forall \gamma_1, \gamma_2 \in (\mathtt{T} \cup \mathtt{NT})^*, \quad \mathtt{Se}\ \gamma_1 \Rightarrow \gamma_2\ \mathtt{Allora}\ |\gamma_1| \leq |\gamma_2|$$

Soluzione

Esercizi L4 - 15/3/2021

Esercizio (da slide 5)

Si utilizzi la proprietà di monotonia, discussa sopra, per ottenere la decidibilità dell'appartenenza ad $\mathcal{L}(\texttt{G})$*, data una Context Free* $\texttt{G}$*. In particolare, si dimostri che* $\texttt{II} \notin \mathcal{L}(\texttt{G})$ *allochè:*

$\texttt{G} = (\{\texttt{E}\}, \{\texttt{I}, +, *\}, \texttt{E}, \texttt{R})$

$\texttt{R} = \{\texttt{E} \rightarrow \texttt{E} + \texttt{E}, \texttt{E} \rightarrow \texttt{E} * \texttt{E}, \texttt{E} \rightarrow \texttt{I}, \texttt{E} \rightarrow (\texttt{E})\}$

Soluzione

Esercizi L4 - 15/3/2021

Esercizio (da slide 5)

Si dimostri che le grammatiche libere, hanno PERSISTENZA, *ovvero la relazione* $\Rightarrow$ *ha la seguente proprietà:*

$$
\begin{array}{l}
\forall \mathtt{G} = < \mathtt{T}, \mathtt{NT}, \mathtt{S}, \mathtt{P} > \in \mathcal{G}^{\mathcal{F}}, \\
\qquad \forall \gamma_1, \gamma_2 \in (\mathtt{T} \cup \mathtt{NT})^*, \\
\quad \mathtt{Se} \\
\qquad\qquad \gamma_1 \equiv \alpha_0\, \mathtt{u1} \ldots \alpha_{\mathtt{k}-1}\, \mathtt{uk}\, \alpha_{\mathtt{k}} \quad (\mathtt{per}: \ \alpha_{\mathtt{i}} \in \mathtt{NT}^*, \mathtt{ui} \in \mathtt{T})\ \mathtt{And} \\
\qquad\qquad \gamma_1 \Rightarrow^* \gamma_2 \\
\quad \mathtt{Allora} \\
\qquad\qquad \gamma_2 \equiv \alpha'_0\, \mathtt{u1} \ldots \alpha'_{\mathtt{k}-1}\, \mathtt{uk}\, \alpha'_{\mathtt{k}} \quad (\mathtt{con}: \ \alpha'_{\mathtt{i}} \in (\mathtt{T} \cup \mathtt{NT})^*)
\end{array}
$$

Soluzione

Esercizio L4 - 22/03/21

Esercizio (Grammatiche "strane")

Si consideri la seguente grammatica:

$$G = <\{\mathtt{E}\}, \{\mathtt{I}, +, *, (,)\}, \mathtt{E}, \mathtt{R}>$$
$$R = \{\mathtt{E} \rightarrow \mathtt{E} + \mathtt{E}, \mathtt{E} \rightarrow \mathtt{E} * \mathtt{E}, \mathtt{E} \rightarrow (\mathtt{E})\}$$

Perchè questa grammatica è strana? Chi è $\mathcal{L}(\mathtt{G})$ *?*

Soluzione

Esercizio L4 - 22/03/21

Esercizio (Sintassi Astratta)

Fornire la definizione formale di $\mathcal{A}(\mathtt{G})$*, insieme degli alberi astratti definiti da* $\mathtt{G}$*, quando* $\mathtt{G}$ *sia una grammatica per sintassi astratta (ovvero fornire la definizione che manca in slide 23 di questi lucidi).*
Allo scopo si usino gli alberi $\mathtt{Tree}^{\mathtt{T}} \subset \mathtt{Tree}^{\mathtt{T}\cup\mathtt{NT}}$ *per opportuno* $\mathtt{T},\mathtt{NT}$ *che dipende da* $\mathtt{G}$*.*

Soluzione

Sia G il seguente insieme finito:

$$\begin{array}{l} \mathtt{A}_1 ::= [\mathtt{a}_1]\ \mathtt{A}^1_{\mathtt{a}_1}\ \dots\ \mathtt{A}^{\mathtt{h1}}_{\mathtt{a}_1} \\ \quad\vdots \\ \mathtt{A}_k ::= [\mathtt{a}_k]\ \mathtt{A}^1_{\mathtt{a}_k}\ \dots\ \mathtt{A}^{\mathtt{hk}}_{\mathtt{a}_k} \end{array}$$

dove:

- $\mathtt{T} \equiv \{\mathtt{a}_1, \dots, \mathtt{a}_k \mid \mathtt{a}_i \neq \mathtt{a}_j \text{ se } \mathtt{i} \neq \mathtt{j}\}$ sono distinti Simboli Terminali della Sintassi Astratta;
- $\mathtt{NT} \equiv \{\mathtt{A}_1,\ \dots,\ \mathtt{A}_k\}$ contiene le $\mathtt{k}$ Categorie Sintattiche, non necessariamente distinte, introdotte da $\mathtt{G}$;
- $(\forall 0 < \mathtt{i} \leq \mathtt{k}, 0 \leq \mathtt{j} \leq \mathtt{hi})\quad \mathtt{A}^{\mathtt{j}}_{\mathtt{a}_i} \in \mathtt{NT}$ è una Categoria Sintattica;

Definiamo $\hookrightarrow$:

- $[\mathtt{A}] \hookrightarrow [\mathtt{a} - ([\mathtt{A}_1], \dots, [\mathtt{A}_n])] \qquad \text{sse}\ \ \mathtt{A} ::= [\mathtt{a}]\, \mathtt{A}_1, \dots, \mathtt{A}_n \in \mathtt{G}$
- $[\mathtt{a} - (\mathtt{t}_1, \dots, \mathtt{t}_j, \dots, \mathtt{t}_n)] \hookrightarrow [\mathtt{V} - (\mathtt{t}_1, \dots, \mathtt{r}_j, \dots, \mathtt{t}_n)]$
  $\text{sse}\ \ 1 \leq \mathtt{j} \leq \mathtt{n} \wedge (\forall \mathtt{i})\mathtt{t}_i \in \mathtt{Tree}^{\mathtt{T}\cup\mathtt{NT}} \wedge \mathtt{t}_j \hookrightarrow \mathtt{r}_j$

Allora $\mathcal{A}(\mathtt{G})$ è la collezione dei linguaggi associati ad ogni Categoria Sintattica.

$$\mathcal{A}(\mathtt{A}_i) \equiv \{\alpha \in \mathtt{Tree}^{\mathtt{T}} \mid \mathtt{A}_i \hookrightarrow *\alpha\}$$

Esempio:

$\mathtt{G} = \{\mathtt{E} ::= \mathtt{E}[+]\mathtt{E}, \mathtt{E} ::= \mathtt{E}[*]\mathtt{E}, \mathtt{E} ::= [\mathtt{I}]\}$ (quando costruttore sottinteso: E::= E+E, ...)

In questo caso, $\mathcal{A}(\mathtt{G})$ è il solo $\mathcal{A}(\mathtt{E})$.

Esercizio L4 - 22/03/21

Esercizio (Sintassi Concreta vs. Astratta)

Si consideri la seguente grammatica non ambigua per Sintassi Concreta:

$G = (\{\mathtt{E}, \mathtt{F}, \mathtt{T}\}, \{\mathtt{I}, +, *\}, \mathtt{E}, \mathtt{R}')$

$$R = \{\mathtt{E} \to \mathtt{E} + \mathtt{F} \mid \mathtt{F}$$
$$\mathtt{F} \to \mathtt{F} * \mathtt{T} \mid \mathtt{T}$$
$$\mathtt{T} \to \mathtt{I} \mid (\mathtt{E})\}$$

Si consideri ora, la seguente grammatica per Sintassi Astratta:

$G' = \{\mathtt{E} ::= \mathtt{E} + \mathtt{E}, \mathtt{E} ::= \mathtt{E} * \mathtt{E}, \mathtt{E} ::= \mathtt{I}\}$

Si dica:
a) Perchè nella Sintassi Astratta non ci aspettiamo di trovare i terminali "(" e ')" per l'operatore di grouping "(E)"?
b) Si discutano i linguaggi definiti dalle 2 sintassi e si dica se e quale relazione intercorra tra loro.
c) Si confrontino $\mathcal{PT}(\mathtt{G})$ *e* $\mathcal{A}(\mathtt{G})$*: Sapreste definire un mapping dal primo nel secondo?*

Soluzione

Esercizi. L4.10-3bis

- Esercizio L4.10-3bis
  (a) Si dia una grammatica non ambigua per il linguaggio:
  $$\mathtt{L1} = \{\mathtt{a}^{\mathtt{n}}\mathtt{b}^{\mathtt{m}} \mid \mathtt{n} \leq \mathtt{m}\}$$
  (b) Si dica perchè la grammatica per esercizio L4.10-3 non è corretta per $\mathtt{L1}$

  Soluzione
  (a) Le produzioni di una grammatica per $\mathtt{L1}$

  $\mathtt{S} \rightarrow$

  $\mathtt{B} \rightarrow$

  od anche:

  $\mathtt{S} \rightarrow$

  $\mathtt{A} \rightarrow$

  $\mathtt{B} \rightarrow$

  (b)

Esercizi. L4.10-4

$$\langle X, \sigma \rangle \rightarrow \langle \sigma(X), \sigma \rangle$$

$$\langle (n+m), \sigma \rangle \rightarrow \langle p, \sigma \rangle \quad \text{where } p = n+m \qquad \langle (n-m), \sigma \rangle \rightarrow \langle p, \sigma \rangle \quad \text{where } p = n-m \text{ e } n \geq m$$

$$\frac{\langle a_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle a', \sigma \rangle}{\langle (a_1 + a_2), \sigma \rangle \rightarrow \langle (a' + a_2), \sigma \rangle} \qquad \frac{\langle a_2, \sigma \rangle \rightarrow \langle a'', \sigma \rangle}{\langle (a_1 + a_2), \sigma \rangle \rightarrow \langle (a_1 + a''), \sigma \rangle}$$

$$\frac{\langle a_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle a', \sigma \rangle}{\langle (a_1 - a_2), \sigma \rangle \rightarrow \langle (a' - a_2), \sigma \rangle} \qquad \frac{\langle a_2, \sigma \rangle \rightarrow \langle a'', \sigma \rangle}{\langle (a_1 - a_2), \sigma \rangle \rightarrow \langle (a_1 - a''), \sigma \rangle}$$

- Esercizio L4.10-4
  Si modifichino le regole delle espressioni aritmetiche in modo da prescrivere una valutazione degli argomenti da sinistra a destra per la somma e una da destra a sinistra per la sottrazione.

  Soluzione

- Esercizio L5.1
  (a) Si fornisca una grammatica per la sintassi astratta del $\lambda-$Calcolo in accordo alla notazione utilizzata nell'albero astratto $[\lambda - ([\mathrm{x}], [@ - ([\mathrm{x}], [\mathrm{y}])])]$.
  (b) Si mostri poi, che tale albero è ottenuto dalla grammatica data.

Soluzione

(a)

(b)