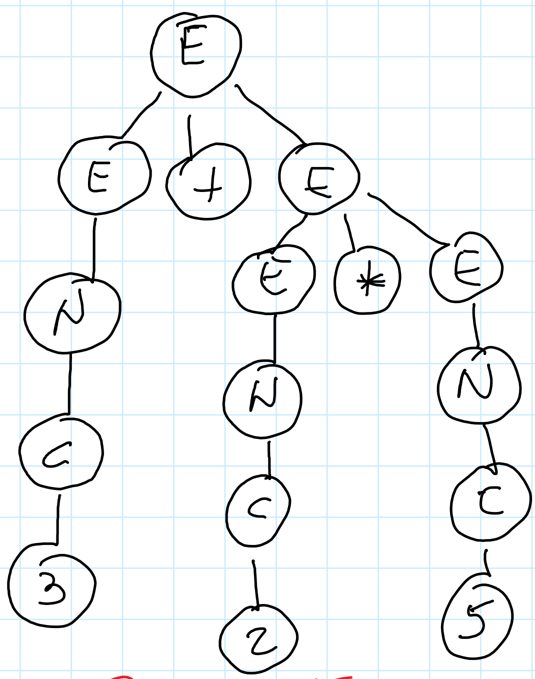
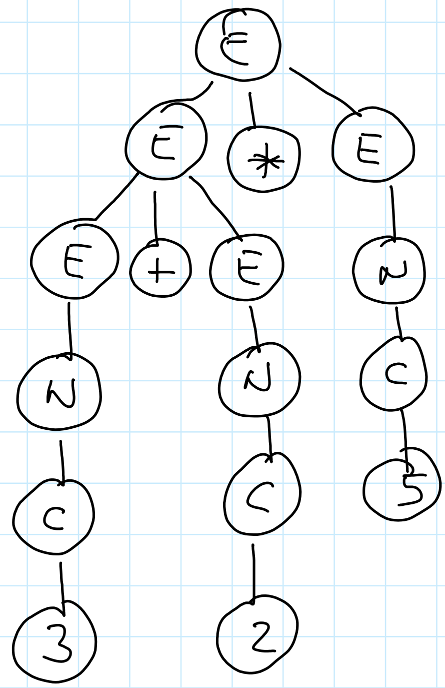
$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow N \mid E+E \mid E*E \\
N &\rightarrow C \mid C\,N \\
C &\rightarrow 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9
\end{aligned}
$$

$$\Sigma = \{0, 1, \dots, 9, +, *\}$$

$3+2*5$



$3+2*5$



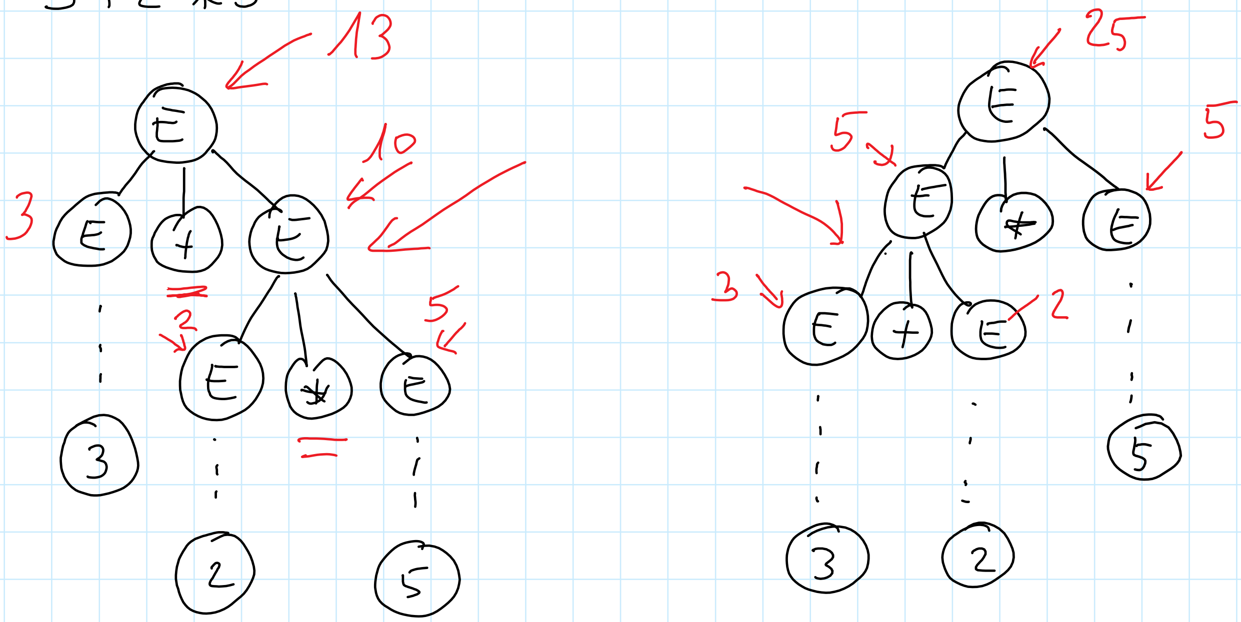
Se una grammatica ammette più di un albero di derivazione per la stessa stringa si dice **AMBIGUA**

→ riguarda gli alberi di derivazione

↳ riguarda gli alberi di derivazione
(alberi sintattici)

Gli alberi di derivazione possono essere usati come guide al calcolo del valore delle espressioni (semantica guidata dalla sintassi)

$3+2*5$



Se l'albero sintattico è utilizzato come guida alla semantica, l'ambiguità della grammatica mi crea una **ambiguità semantica**

$3+2*5$ può valere 13

oppure 25

Per avere una unica semantica guidata dalla sintassi è necessario che la grammatica non sia ambigua.

Esiste un modo per passare da una grammatica ambigua a una non ambigua equivalente (che genera lo stesso linguaggio)?

In generale NO!

Esistono dei linguaggi (intrinsecamente ambigui) che sono generati solamente da grammatiche ambigue.

$E \to N \mid E+E \mid E*E$

$N \to C \mid CN$

$C \to 0 \mid \dots \mid 9$

doppia ricorsione

doppia ricorsione genera ambiguità

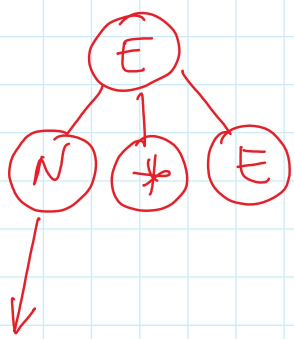
$E \to N \mid N+E \mid N*E$

$N \to C \mid CN$

$C \to 0 \mid \dots \mid 9$

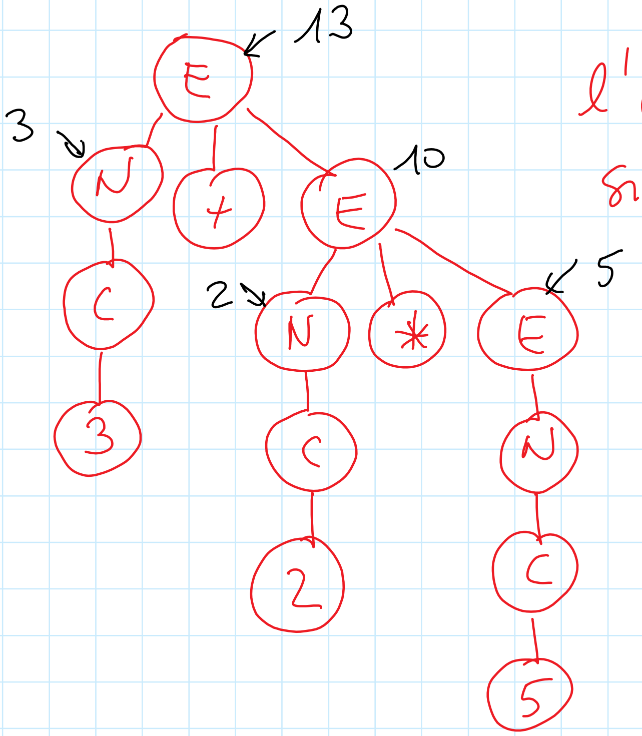
non ho più la doppia ricorsione!!

$3+2*5$



No!

non posso generare una somma dalla cat. sint. N

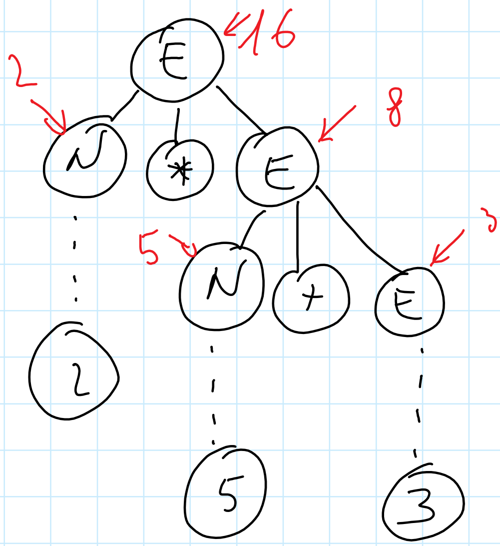


l'unico albero sintattico per

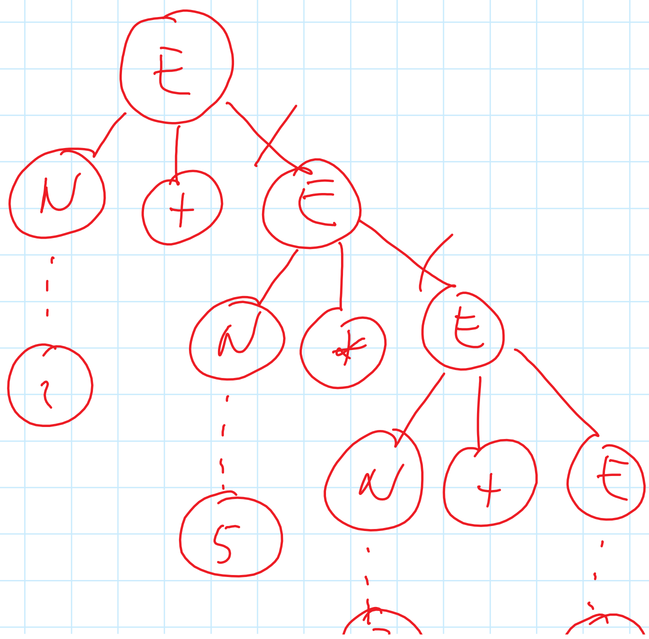
$3+2*5$

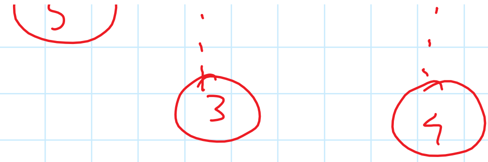
La grammatica (equivalente) è non ambigua

$2*(5+3)$



$2+5*3+5$




3
4

mercoledì 16 ottobre 2019 11:44

$E \to P+E \mid P$

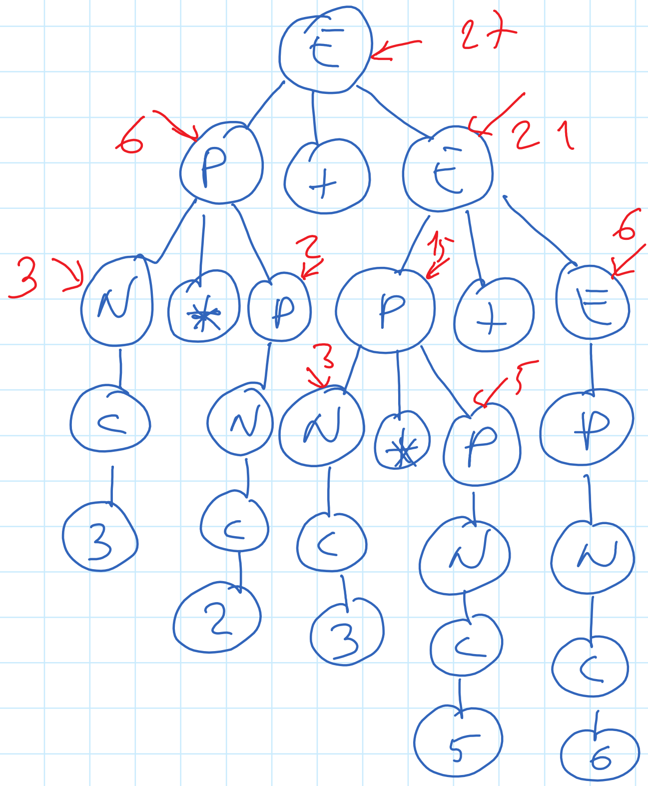
$P \to N*P \mid N$

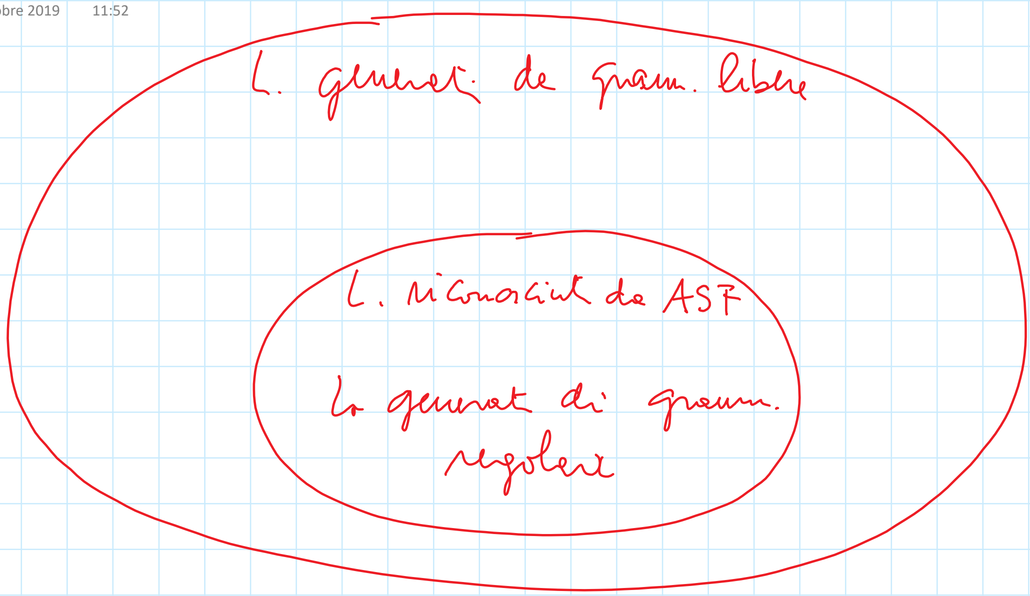
$N \to C \mid CN$

$C \to 0 \mid \ldots \mid 9$

non c'è doppia ricorsione

$3*2+3*5+6$





Grammatiche libere: produz. hanno la forma $A \to \alpha$ dove $A \in V$, $\alpha \in (\Omega \cup V)^*$

Grammatiche regolari, prod. hanno la forma

$A \to aB$ dove $A, B \in V$, $a \in \Omega$

oppure

$A \to a$ " $A \in V$, $a \in \Omega$

Se G è regolare allora G è libera

~~Se G è libera allora G è regolare~~

$S \to ab \mid aSb$

non è regolare

Come si dimostra che un linguaggio è regolare?

Si dà una gram. regolare che lo genera oppure un ASF che lo riconosce

$$\boxed{L = \{a^n b^m \mid n, m > 0\} \quad \text{es}}$$

Come si dimostra che un linguaggio è libero?

Si dà una gramm. libera che lo genera!

$\Sigma = \{a, b, c\}$

mercoledì 16 ottobre 2019 12:00

$$L = \{a^n b^n c^n \mid n > 0\}$$

Non esiste nemmeno grammatica libera che lo genera.

Dimostrare che un linguaggio non è regolare.

Non basta dire "non trovo nessun ASF che lo marca".

Come si dimostra che un linguaggio non è regolare:

Si usa un lemma particolare:

PUMPING LEMMA

PUMPING LEMMA per linguaggi regolari

Se un linguaggio L é regolare
allora
esiste un valore $n \in \mathbb{N}$ tale che
tutte le stringhe di L, w, con lunghezza
maggiore o uguale a n ($|w| \geq n$)
possono essere divise in 3 parti x, y e z
($w = xyz$) con le proprietà:

- $|xy| \leq n$
- $y \neq \varepsilon$
- $\forall i \in \mathbb{N}.\ x\underline{y^i}z \in L$

$$y^i = \underbrace{y \ldots\ldots y}_{i \text{ volte}}$$

L è regolare (es $L = \{a^n b^m \mid n, m > 0\}$)
allora per tutte le stringhe maggiori
di un certo valore n.

$n = 3$

$w = aab$ può essere divisa in 3
parti. $x\ y\ z$

$x = \varepsilon$
$y = a$
$z = ab$

$w = xyz$

$\forall i \in \mathbb{N} \,.\, x y^i z \in L$

$i = \emptyset \qquad \varepsilon a^{\emptyset} ab = ab \in L$

$i = 1 \qquad aab \in L$

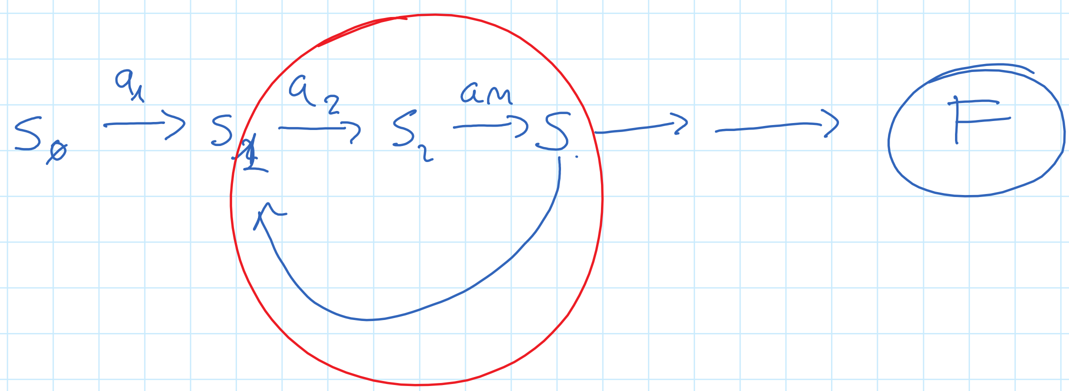
$i = 2 \qquad aaab \in L$

$i = 3 \qquad aaaab \in L$

$\vdots$

Se un linguaggio L è regolare allora esiste un ASF che lo riconosce supponiamo che l'ASF abbia n stati.

Se prendo una stringa $w \in L$ tale che $|w| \geq n$ l'ASF la riconosce.
Prendiamo la parte iniziale di w di lunghezza $= n$.
Quanti stati attraversano le transizioni per la parte iniziale di w?
Devo attraversare $n+1$ stati, in uno stato passo almeno due volte.
(PRINCIPIO DELLE BUCHE DEI PICCIONI)
PIGEON HOLES PRINCIPLE



PUMPING LEMMA

L regolare $\Rightarrow$ esistono delle proprietà basate su $n \in \mathbb{N}$

~~$\neg L$ regolare $\Rightarrow$ $\neg$ esistono ....~~

$$A \Rightarrow B \not\equiv \neg A \Rightarrow \neg B$$

$$A \Rightarrow B \equiv \neg B \Rightarrow \neg A$$

L reg $\Rightarrow$ proprietà basate su n

$\neg$ proprietà basate su n $\Rightarrow$ $\neg L$ reg.

PUMPING LEMMA

L regolare $\Rightarrow$

$$\neg \Big(\exists n \in \mathbb{N}.\ \big(\forall w \in L.\ |w| \geq n \Rightarrow \big(\exists x,y,z.\ w = xyz \ \wedge\ |xy| \leq n \ \wedge\ y \neq \varepsilon \ \wedge\ (\forall i \in \mathbb{N}.\ xy^{i}z \in L) \big) \big) \Big)$$

$$\neg (\exists n \in \mathbb{N}. (\forall w \in L.\ |w| \geq n \Rightarrow \ldots\ldots \quad \ldots))$$

$\equiv$ { De Morgan $\neg \exists x.P \equiv \forall x. \neg P$ }

$$(\forall n \in \mathbb{N}.\ \neg (\forall w \in L. \ldots\ldots \quad))$$

$\equiv$ { $\neg \forall x.P \equiv \exists x. \neg P$ }

$$(\forall n \in \mathbb{N}.\ \exists w \in L.\ \neg (|w| \geq n \Rightarrow \ldots\ldots)))$$

$\equiv$ { $A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$ }

$$(\forall n \in \mathbb{N}.\ \exists w \in L.\ \neg (\underline{\neg |w| \geq n \ \vee \ldots\ldots}) \ldots)$$

{ $\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$ }

$\{ \neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B \}$

$$\left(\forall n \in \mathbb{N} . \exists w \in L . \left(|w| \geq n \wedge \neg(\ldots) \right) \right)$$

$\equiv \{ \}$

$$\Big(\forall n \in \mathbb{N} . \Big(\exists w \in L . \Big(|w| \geq n \wedge \neg \big(\exists xyz . \; w = xyz \wedge |xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon \wedge (\forall i \in \mathbb{N} . \, x y^i z \in L) \big)$$

$\equiv \{ \text{De Morgan} \}$

$$\Big(\forall xyz . \; \neg \big(w = xyz \wedge |xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon \wedge (\forall i \in \mathbb{N} . \, x y^i z \in L \ldots$$

$\equiv \{ \text{De Morgan} \}$

$$\forall xyz \Big(\neg \big(w = xyz \wedge |xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon \big) \vee$$

$$\wedge\, y \neq \varepsilon)$$

$$\vee$$

$$\neg(\forall i \in \mathbb{N}.\ x y^i z \in L))$$

$$\equiv$$

$$\forall xyz.\ (\neg(w = xyz \wedge |xy| \leq m \wedge y \neq \varepsilon) \vee (\exists i \in \mathbb{N}.\ x y^i z \notin L))$$

$$\equiv \{\ \neg A \vee B \equiv A \Rightarrow B\ \}$$

$$\forall xyz.\ ((w = xyz \wedge |xy| \leq m \wedge y \neq \varepsilon) \Rightarrow (\exists i \in \mathbb{N}.\ x y^i z \notin L))$$

mercoledì 16 ottobre 2019 12:53

non esistono le proprietà basate su n
$\Rightarrow$ L non è regolare

$$(\forall n \in \mathbb{N}.\ (\exists w \in L.\ (|w| \geq n \wedge (\forall xyz.\ (w = xyz \wedge |xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon) \Rightarrow (\exists i \in \mathbb{N}.\ xy^iz \notin L)))))$$

qualunque sia n

prendo una stringa del linguaggio di lunghezza $\geq n$

per qualsiasi suddivisione della stringa w in cui valgono le proprietà allora esiste un i (basta 1) tale che la stringa $xy^iz \notin L$