

Definizione delle sintassi  
dei linguaggi di programmazione

TEORIA DEI LINGUAGGI FORMALI

Teoria propria dell'informatica

CHE COSA È UN LINGUAGGIO FORTALE?

Si definisce ALFABETO un insieme finito di simboli con i quali sono costruite le frasi del linguaggio

ALFABETO  $\longleftrightarrow$  DIZIONARIO dei linguaggi naturali.

In genere l'alfabeto si indica con

$$\Sigma = \{a, b\}$$

—  
esempio

In questo caso le frasi del linguaggio sono costituite da sequenze di elementi nell'insieme  $\{a, b\}$

Esempio:

un linguaggio sull'alfabeto  $\Sigma = \{a, b\}$  potrebbe essere quello in cui le frasi iniziano con il simbolo  $a$

$$L = \{a, ab, aa, abb, \dots\}$$

$$ba \notin L$$

sequenze di simboli, in informatica, si chiamano **STRINGHE**

Esempio: un linguaggio su  $\Sigma = \{a, b\}$  potrebbe essere il linguaggio di tutte le stringhe che hanno i simboli  $a$  prima dei simboli  $b$

$$L_1 = \{ab, aab, aaab, abb, \dots\}$$

$$aba \notin L_1$$

$$a \in L_1? \quad b \in L_1?$$

Esempio:  $\Sigma = \{a, b\}$

$L_2$  il linguaggio che contiene un numero pari di  $a$ , maggiore di 0

$L_2 = \{aa, aba, baa, bbaa, ababaa, \dots\}$   
 $ab \notin L_2$

---

Dato un insieme finito di simboli:

$\Sigma$ ,

$\Sigma^*$  (lambda stelle)

↑  
 un operatore su insiemi

→ è l'insieme di tutte le stringhe finite di simboli di  $\Sigma$

Es:

$\Sigma = \{a, b\}$

stringa vuota

$\Sigma^* = \{ \epsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, \dots \}$

$\mathcal{L} = \{ \epsilon, a, ab, aab, \dots, a^n b, \dots \}$

$\hookrightarrow \mathcal{L}^*$  è infinito

---

$L = \{ a, ab, abb, \dots \} \subseteq \mathcal{L}^*$

$L_1 = \{ ab, abb, aab, \dots \} \subseteq \mathcal{L}^*$

$L_2 = \{ aa, aba, \dots \} \subseteq \mathcal{L}^*$

Dato  $\mathcal{L}$ , alfabeto, un linguaggio su  $\mathcal{L}$  è un sottoinsieme di  $\mathcal{L}^*$

simbolo  $a$ , nella teoria dei ling. formali,

$a^m$  vuol dire il simbolo ripetuto  $m$  volte

$$a^m = \underbrace{a a \dots a}_m$$

$$L = \{ \underline{a\alpha} \mid \alpha \in \Sigma^* \}$$

insieme di stringhe con la struttura simbolo  $a$  seguito da una stringa  $\alpha$

$a \in L$ ? sì se  $\alpha = \epsilon$

$$L_1 = \{ a^m b^m \mid \cancel{m, m \in \mathbb{N} \wedge m, m > 0} \}$$

$$a \notin L_1 \quad b \notin L_1$$

$$abb \in L_1 \quad aba \notin L_1$$

L2 non mi sento a esprimere con  
le motivazioni che ho a  
disposizione.

# AUTOMI A STATI FINITI

Un ASF  $A$  è una quintupla  
(una struttura con 5 componenti)

$$A = (\Sigma, Q, s_0, F, \delta)$$

$\Sigma$  è l'alfabeto del linguaggio

$Q$  è un insieme finito di STATI

$s_0 \in Q$  è lo STATO INIZIALE

$F \subseteq Q$  l'insieme degli STATI FINALI  
(o STATI DI ACCETTAZIONE)

$\delta$  è una relazione di transizione

$$\delta \subseteq Q \times \Sigma \times Q$$

$\delta$  è un insieme di triple

$$(s_i, a, s_j)$$

con il significato:

se l'automa si trova nello stato  $s_i$ .

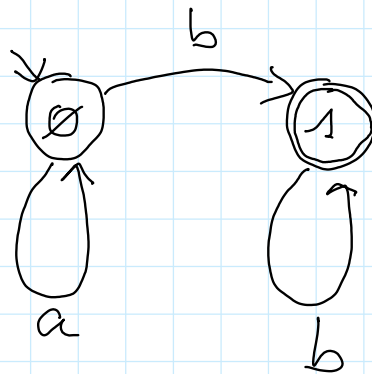


con un input  $a$ .

Se l'automa si trova nello stato  $S_i$   
incontra il simbolo  $a$   
fa una transizione nello stato  $S_j$

$$A = \left( \begin{array}{l} \{a, b\}, \\ \{\emptyset, 1\}, \\ \emptyset \\ \{1\}, \end{array} \right)$$

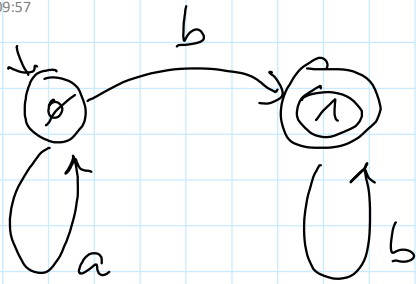
$$\left\{ \begin{array}{l} (\emptyset, a, \emptyset), \\ (\emptyset, b, 1), \\ (1, b, 1) \end{array} \right\}$$



$\mathcal{L}$   
 $Q$   
 $S_0$   
 $F$   
 $\delta$

Un ASF riconosce le stringhe  $\alpha = s_1 s_2 \dots s_m$  se  $s_1, s_2, \dots, s_m \in \mathcal{L}$  SSE:

partendo dallo stato iniziale, leggendo i simboli di  $\alpha$  da sinistra a destra, è in grado di fare transizioni e terminare in uno stato finale.



abb

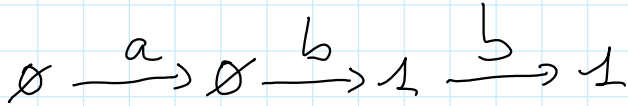
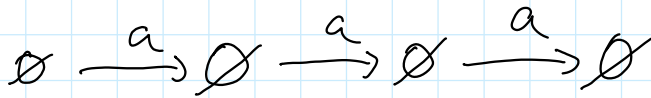


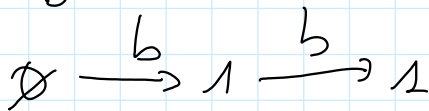
abb è  
riconosciuta dal  
Moto ASF

aaa



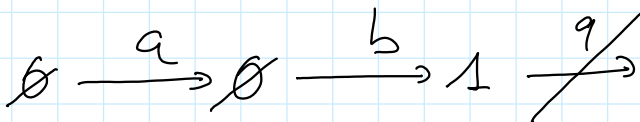
aaa non è  
riconosciuta dal  
Moto ASF

bb



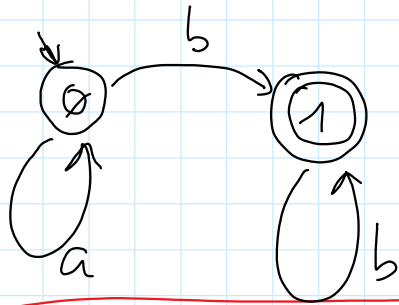
riconosciuta

aba



non è riconosciuta

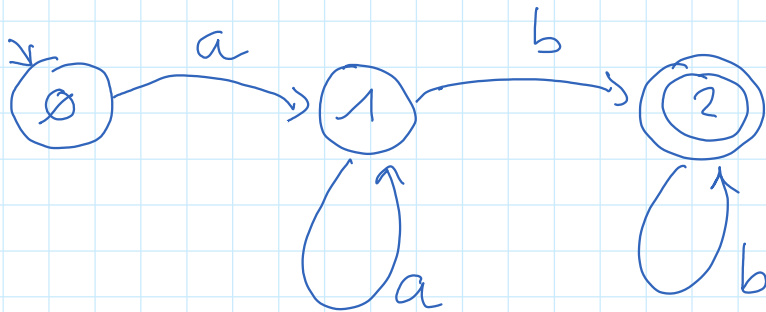
Un ASF  $A$  su  $\Sigma$  definisce il linguaggio su  $\Sigma^*$  di tutte le stringhe riconosciute.



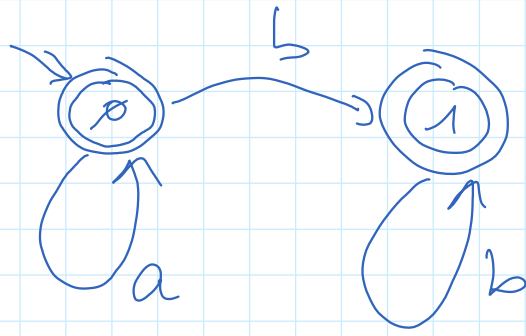
$$L = \{ a^n b^m \mid n \geq 0 \wedge m > 0 \}$$

$bb \quad 0 \xrightarrow{b} 1 \xrightarrow{b} 1$   
 $aa \notin L \quad 0 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{a} 0$

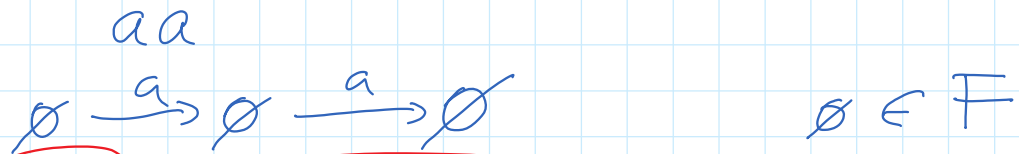
$$L = \{ a^n b^m \mid n > 0 \wedge m > 0 \}$$



$$L = \{ a^n b^m \mid n, m \geq 0 \}$$



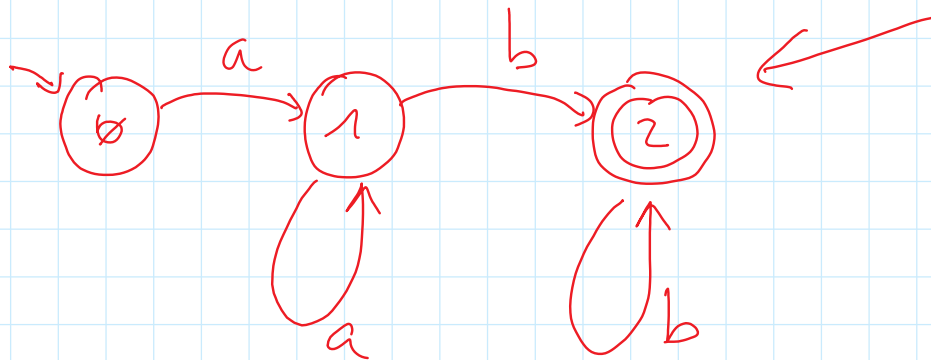
quando lo stato  
iniziale è finale  
l'automato  
memora  $\epsilon$



$$A = (\{a, b\}, \{0, 1\}, 0, \{0, 1\}, \delta)$$

$$L = \{ a^m b^m \mid m > 0 \}$$

$$L = \{ ab, aabb, aaabbb, \dots \}$$



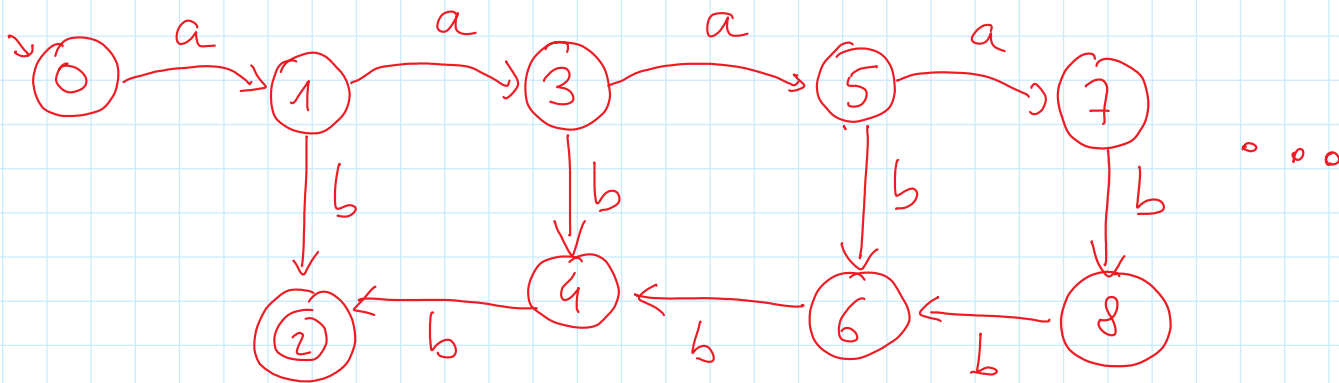
$ab \quad \emptyset \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{b} 2 \quad ab \in L$   
 $aabb \quad \emptyset \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{b} 2 \xrightarrow{b} 2 \quad aabb \in L$

$aab \quad \emptyset \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{b} 2$

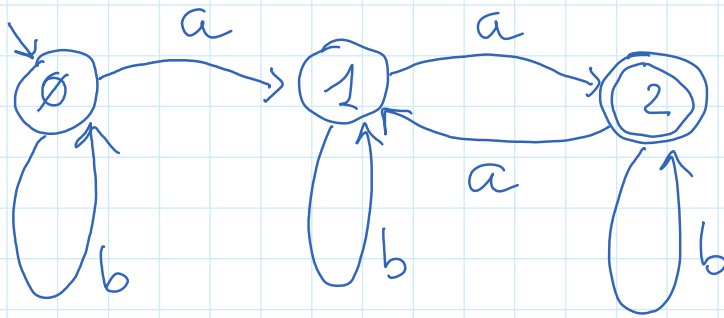
~~$aab \in L$~~

Long. automata  $L = \{ \underline{a^m b^m} \mid m, m > 0 \}$

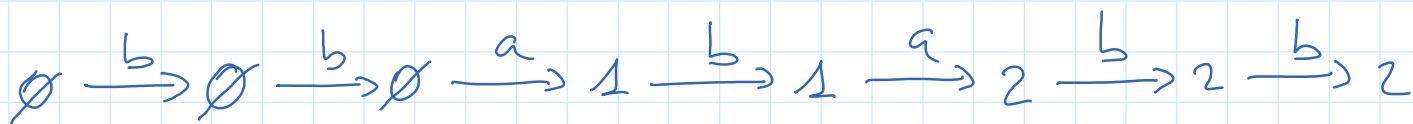
$$L = \{ a^m b^m \mid m > 0 \}$$



Linguaggio su  $\Sigma = \{a, b\}$  delle  
stringhe che contengono un numero  
pari di  $a$  superiore a 0



bb a b a b b

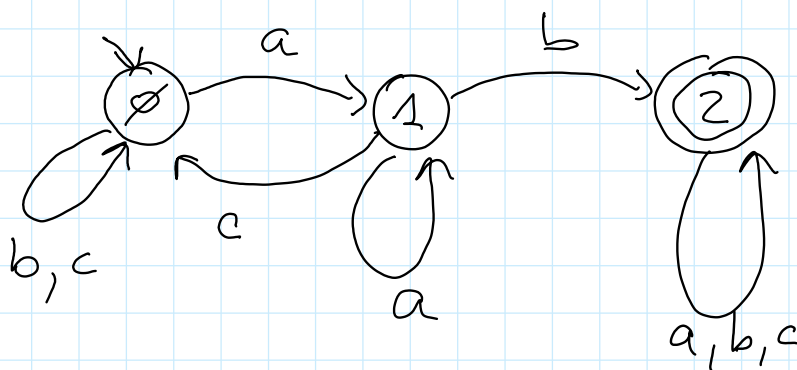
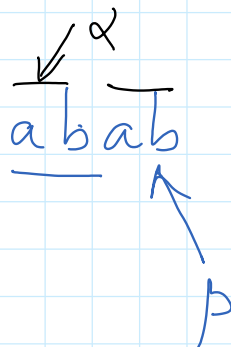
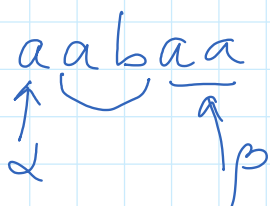




$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

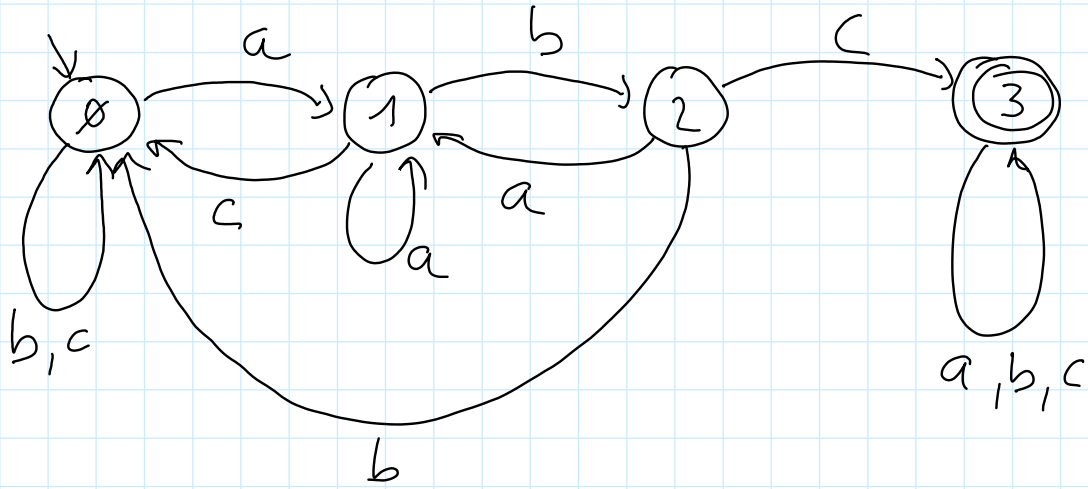
L: il linguaggio di strings su  $\Sigma$  che non  
ma che contengono la sottostanza  $ab$

$$L = \{\alpha ab \beta \mid \alpha, \beta \in \Sigma^*\}$$



$$L = \{ \alpha abc\beta \mid \alpha, \beta \in \mathcal{L}^* \}$$

$$\mathcal{L} = \{a, b, c\}$$

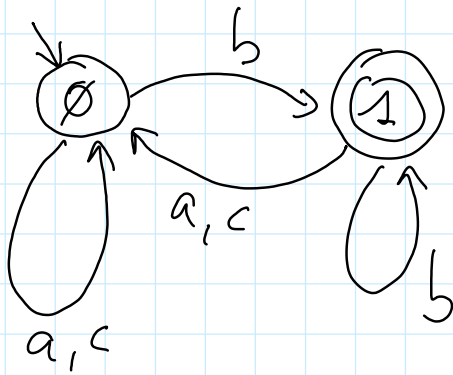


$$\mathcal{L} = \{a, b, c\}$$

$$L = \{ \alpha b \mid \alpha \in \mathcal{L}^* \}$$

$$b \in L$$

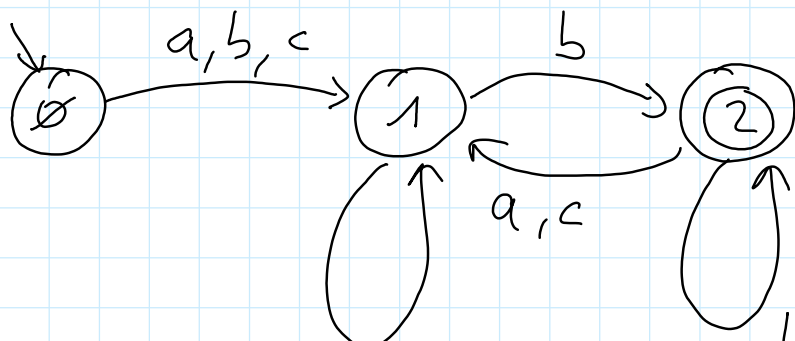
$$abcab \in L$$



$$\mathcal{L}^+ = \mathcal{L}^* \setminus \{ \epsilon \}$$

↑  
Sottrazione tra insiemi

$$L = \{ \alpha b \mid \alpha \in \mathcal{L}^+ \}$$

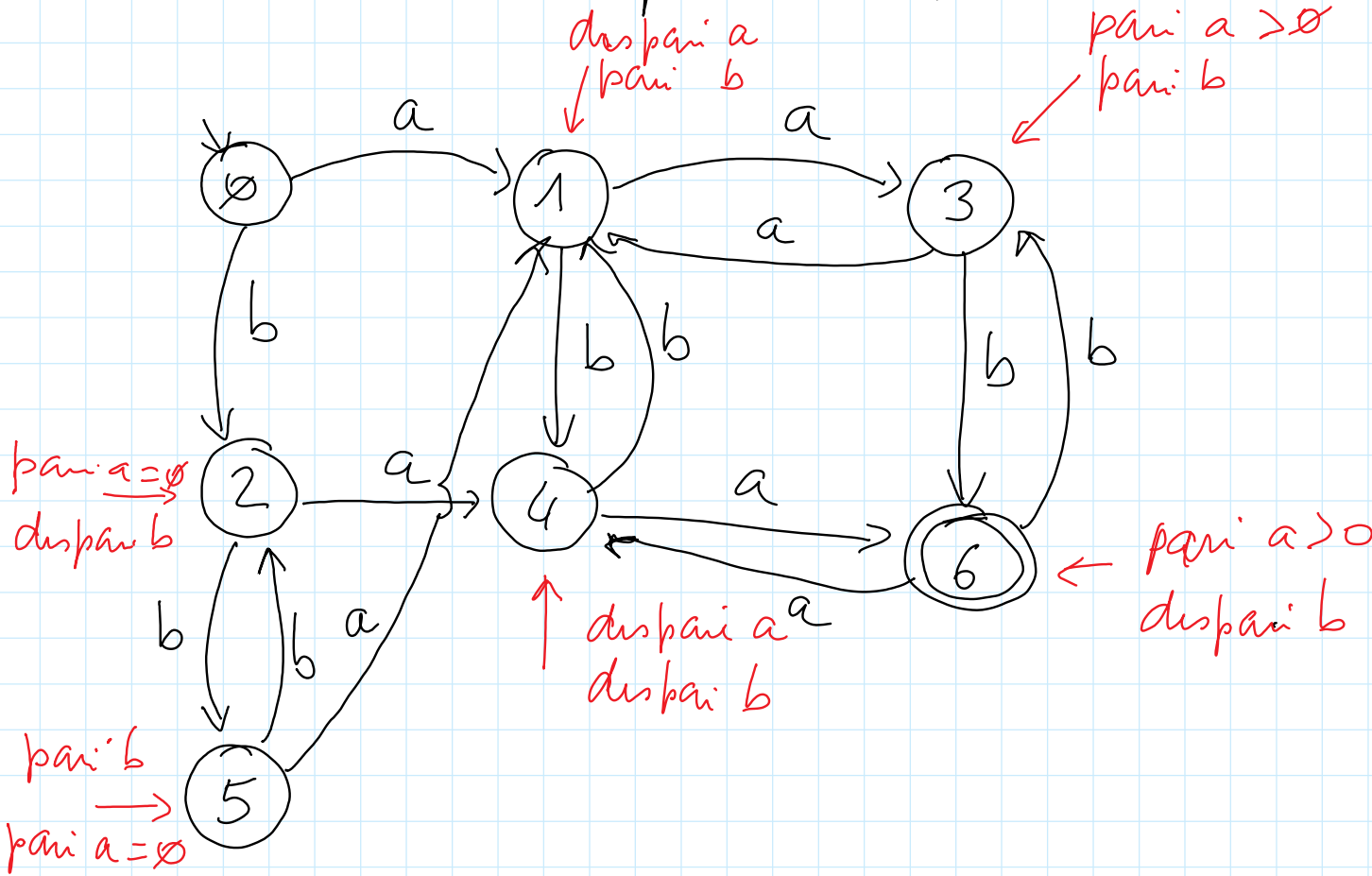


$\cup$   
 $a, c$

$\cup$   
 $b$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

Linguaggio delle stringhe che contengono  
un numero pari ( $> 0$ ) di  $a$  e  
un numero dispari di  $b$ .



ripetizione di simboli  $a^m = \underbrace{aa \dots a}_{m \text{ volte}}$

ripetere stringhe

$$\alpha \in \Sigma^* \quad \alpha^m = \underbrace{\alpha \alpha \dots \alpha}_m$$

$$ab^m = a \underbrace{bb \dots b}_m$$

$$(ab)^m = \underbrace{abab \dots ab}_{m \text{ volte}}$$

Definire un ASF che riconosca il linguaggio su  $\Sigma = \{a, b, c\}$

$$L = \{ (ab)^m c^k \mid m, k > 0 \}$$

$$ababccc \in L \quad abc \in L$$