PUMPING LEMMA

giovedì 18 ottobre 2018 16:16

L regolare allora valgono alcune proprietà

L regolare $\Rightarrow$

$$\Big(\exists n \in \mathbb{N}.\ \big(\forall w \in L.\ |w| \geq n \Rightarrow \big(\exists x,y,z.\ w = xyz \land |xy| \leq n \land y \neq \varepsilon \land \big(\forall i \in \mathbb{N}.\ xy^iz \in L\big)\big)\big)\Big)$$

$$A \Rightarrow B \quad \equiv \quad \neg B \Rightarrow \neg A$$

L regolare $\Rightarrow$ valgono alcune proprietà

non valgono le proprietà $\Rightarrow$ L non è regolare

giovedì 18 ottobre 2018 16:23

$$\neg \left(\exists n \in \mathbb{N}. \left(\forall w \in L. |w| \geq n \Rightarrow \left(\exists x,y,z.\ w = xyz \wedge |xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon \wedge \left(\forall i \in \mathbb{N}.\ xy^iz \in L \right) \right) \right) \right)$$

$\equiv$ {vari passaggi}

$$\forall n \in \mathbb{N}. \left(\exists w \in L. |w| \geq n \wedge \neg \left(\exists x,y,z.\ w = xyz \wedge |xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon \wedge \left(\forall i \in \mathbb{N}.\ xy^iz \in L \right) \right) \right)$$

$\equiv$ {de Morgan}

$$\forall n \in \mathbb{N}. \left(\exists w \in L. |w| \geq n \wedge \left(\forall x,y,z.\ \neg \left(\left(w = xyz \wedge |xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon \right) \wedge \left(\forall i \ldots\ldots \right) \right) \right) \right)$$

$\equiv$ {de Morgan}

$$\forall n \in \mathbb{N}. \left(\exists w \in L. |w| \geq n \wedge \left(\forall x,y,z.\ \left(\neg \left(w = xyz \wedge |xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon \right) \vee \neg \left(\forall i \ldots \right) \right) \right) \right)$$

$\Rightarrow$

$\equiv$ $\{ \neg A \vee B \equiv A \Rightarrow B \}$

$$\forall n \in \mathbb{N}. \left(\exists w \in L. |w| \geq n \wedge \left(\forall x,y,z.\ \left(w = xyz \wedge |xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon \right) \Rightarrow \left(\neg \underline{\left(\forall i \in \mathbb{N}.\ xy^iz \in L \right)} \right) \right) \right)$$

$\equiv$ {de Morgan}

$$\forall n \in \mathbb{N}. \left(\exists w \in L. \underline{|w| \geq n} \wedge \right.$$

$$\forall n \in \mathbb{N}.\ \Big(\exists w \in L.\ \underline{|w| \geq n} \wedge \big(\forall x,y,z.\ (w = \underline{xyz \wedge |xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon})$$

$$\Rightarrow \big(\exists i \in \mathbb{N}.\ xy^i z \notin L\big)\big)\Big)$$

giovedì 18 ottobre 2018 16:38

$L = \{ a^k b^k \mid k > 0 \}$

Qualunque sia $n \in \mathbb{N}$

prendiamo $w = a^n b^n$

$|w| = |a^n b^n| > n$

$|xy| \leq n$

$y \neq \varepsilon$

$x = a^s \quad 0 \leq s < n$

$y = a^t \quad 0 < t \leq n - s$

$z = a^k b^n \quad k = n - t - s$

$\exists i \in \mathbb{N}. \quad x y^i z \notin L$

$\underline{\underline{i = 0}} \quad x y^0 z = a^s a^k b^n = a^s a^{n-t-s} b^n =$

$a^{n-t} b^n$

poiché $t > 0 \quad a^{n-t} b^n \notin L$

$i = 2 \quad x y^2 z = a^s a^t a^t a^k b^n =$

$a^{n+t} b^n$

poiché $t > 0 \quad a^{n+t} b^n \notin L$

giovedì 18 ottobre 2018 16:51

$$L = \{ a^k b^k \mid k > 0 \}$$

Qualunque sia n

prendo la stringa

$$|a^s b^s| \geq n$$?

$$|a^{n/2} b^{n/2}| \geq n$$? no!

$$|a^{2n} b^{2n}| \geq n$$ si!

$a^s b^s$ con $2s > n$

$$|a^s b^s| > n$$

$|xy|$

dimostrazione è molto più complessa

Qualunque sia n

la scelta della stringa w è fondamentale

$$L = \{ a^m b^k \mid m > k > \emptyset \}$$

giovedì 18 ottobre 2018 16:56

Qualunque sia $n \in \mathbb{N}$

esiste $w \in L$. $|w| \geq n$ $\wedge$

$$|a^{2n} b^n| > n$$

$|xy| \leq n$

$y \neq \varepsilon$

$x = a^s$ $\quad \emptyset \leq s < n$

$y = a^t$ $\quad \emptyset < t \leq n - s$

$z = a^k b^n$ $\quad k = 2n - t - s$

$\exists i \in \mathbb{N} .\ x y^i z \notin L$

$i = \emptyset$ $\quad a^s a^k b^n = a^s a^{2n-t-s} b^n =$

$a^{2n-t} b^n$

poiché $t > 0$ $\quad a^{2n-t} b^n \notin L$

Non so

$2n - t > n$

$i = 1$

$i = 2$ $\quad a^s a^t a^t a^k b^n =$

$a^{2n+t} b^n \in L$ sicuramente $\in L$

giovedì 18 ottobre 2018 17:05

$$L = \{ a^m b^k \mid m > k > \emptyset \}$$

Qualunque sia n
prendiamo la stringa $w = a^{n+1} b^n$
tale che $|w| \geq n$

$x = a^s \qquad \emptyset \leq s < n \qquad |xy| \leq n$

$y = a^t \qquad 0 < t \leq n - s \qquad y \neq \varepsilon$

$z = a^k b^n \qquad k = n+1-t-s$

$i = \emptyset \qquad xy^{\emptyset}z = a^s a^k b^n = a^s a^{n+1-t-s} b^n$

$= a^{n+1-t} b^n$

dato che $t > 0 \qquad n+1-t \leq n$

$a^{n+1-t} b^n \notin L$

giovedì 18 ottobre 2018 17:11

$L = \{ aa\, b^k c^k \mid k > 0 \}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$

Qualunque sia n
prendo la stringa $w = \underline{aa\, b^n c^n}$
tale che $|w| \geq n$

$\forall x, y, z .\ w = xyz$

1ª

$x = \varepsilon$

$y = a$

$z = a b^n c^n$

$i = \emptyset \qquad a b^n c^n \notin L$

$|xy| \leq n$

$|aab^t| \leq n$

$x = a$

$y = a b^t \qquad 0 \leq t \leq n-2$

$z = b^{n-t} c^n$

$i = \emptyset \qquad a b^{n-t} c^n \notin L$ anche se $t = \emptyset$

$x = \varepsilon$

$y = aa b^t \qquad 0 \leq t \leq n-2$

$z = b^{n-t} c^n$

$i = \emptyset \qquad b^{n-t} c^n \notin L$

$i = \emptyset$

$x = aab^s \quad 0 \le s < n-2$

$y = b^t \quad \emptyset < t \le n-2-s$

$z = b^k c^n \quad k = n-t-s$

$i=\emptyset \quad xy^0z = aab^s b^k c^n =$

$aab^s b^{n-t-s} c^n =$

$aab^{n-t} c^n$

poiché $t > 0$ $\quad aab^{n-t} c^n \notin L$

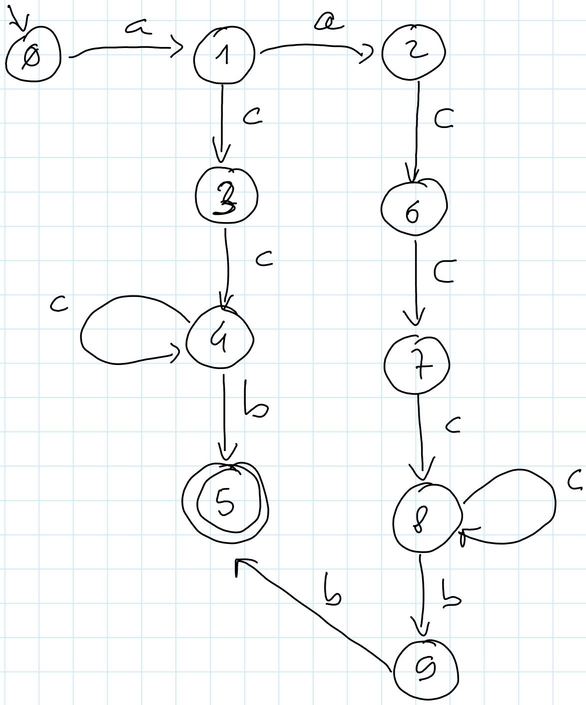
perché $n-t \neq n$

giovedì 18 ottobre 2018 17:28

$$L = \{ a^n c^m b^n \mid \emptyset < n < 3 \wedge n < m \}$$

$\Lambda = \{a, b, c\}$

Si verifichi se tale linguaggio è regolare o no.



$\emptyset \to a1$
$1 \to c3 \mid a2$
$2 \to c6$
$3 \to c4$
$4 \to c4 \mid b5 \mid b$
~~$5 \to$~~
$6 \to c7$
$7 \to c8$
$8 \to c8 \mid b9$
$9 \to b5 \mid b$

G. regolare che genera il linguaggio

$$L = \{ a^n c^m b^n \mid 0 < n < 1000 \wedge m > n \}$$

$L = \{ a^n c^m b^n \mid 0 < n < 3 \wedge m > n \}$

$S \to aBb \mid aaCbb$

$B \to cc \mid cB$

$C \to ccc \mid cC$