$$E \to E+E \mid E*E \mid N$$

$$N \to C \mid CN$$

$$C \to \emptyset \mid 1 \mid \dots \mid 9$$

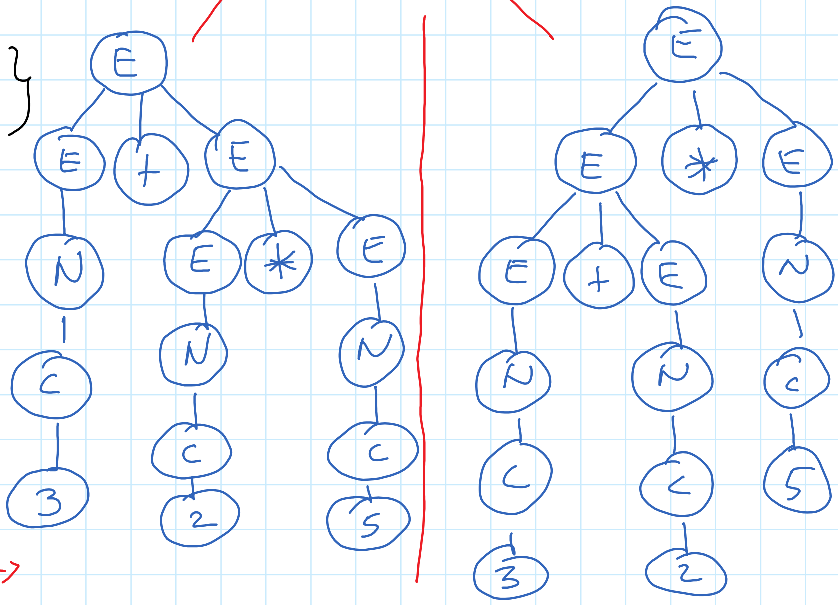
$$\Lambda = \{\emptyset, 1, \dots, 9, +, *\}$$

$$V = \{E, N, C\}$$

$$S = E$$

$$P$$

$3+2*5$



$3+2*5$

La grammatica è ambigua, cioè esiste una stringa che ha più di un albero di derivazione nella grammatica.

Per ogni grammatica ambigua esiste una grammatica non ambigua equivalente (genera lo stesso linguaggio)?

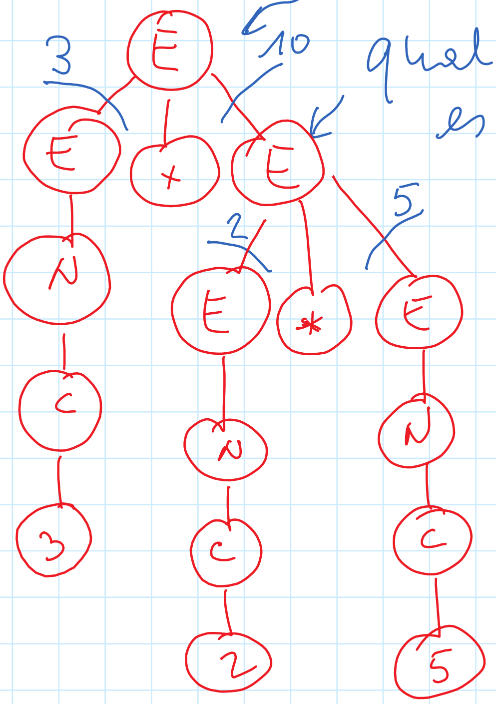
NO!

(Si dimostra che esistono linguaggi "intrinsecamente ambigui" cioè che possono essere generati solamente da grammatiche ambigue)

mercoledì 17 ottobre 2018 11:28

Perché vorremmo grammatiche non ambigue?

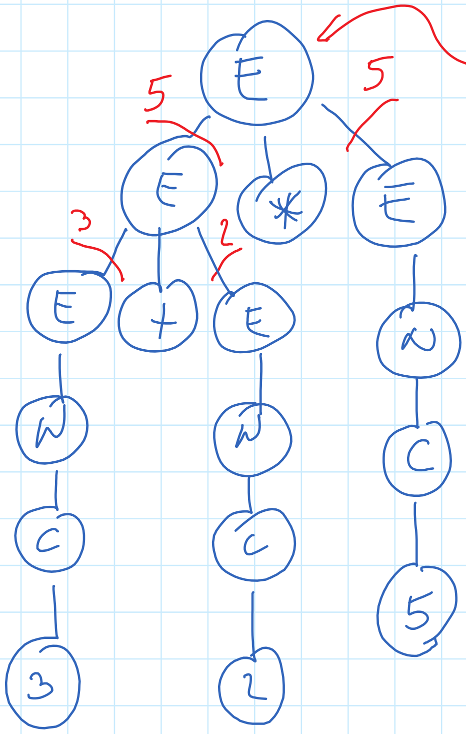
Perché spesso gli alberi di derivazione sono usati come guide alla semantica dei linguaggi.



qual'è il valore di questa espressione?

13!

L'albero di derivazione è guida al calcolo!



qual'è il valore di questa espressione?

25!

Quando si usano gli alberi di derivazione come guida alla semantica occorre avere gramm. non ambigue.

mercoledì 17 ottobre 2018 11:37

Data una gramm. ambigua come si può trovarne una non ambigua equivalente?

In generale il problema non si può risolvere!

In casi particolari è possibile, combinando le produzioni e eventualmente aggiungendo categorie sintattiche.

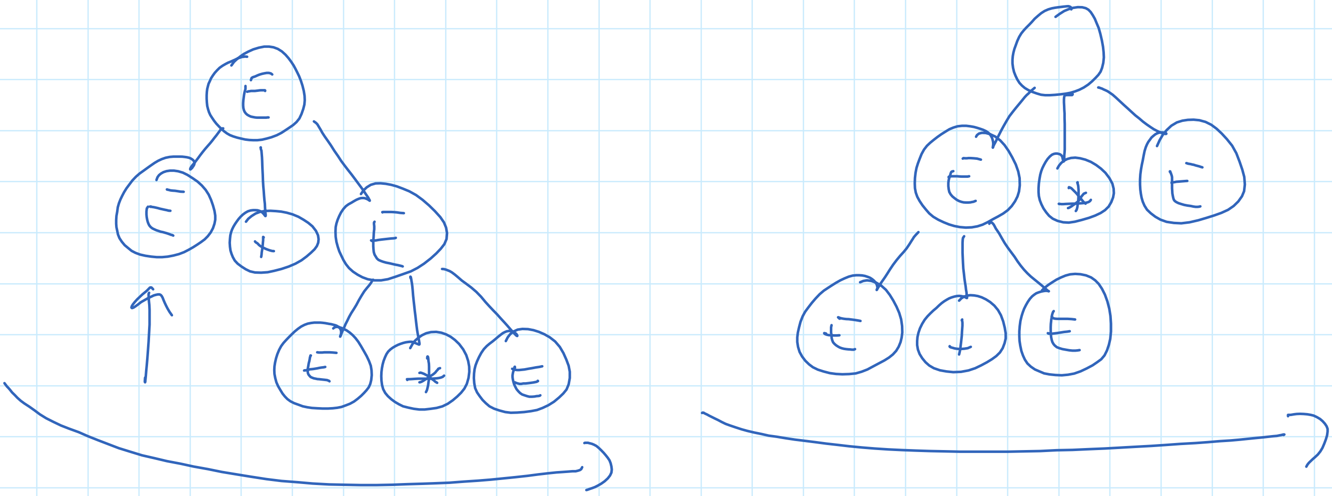
mercoledì 17 ottobre 2018 11:39

$E \rightarrow \underline{E+E} \mid \underline{E*E} \mid N$

$N \rightarrow \ldots$

produzioni sono RICORSIVE, nel nostro caso hanno una

DOPPIA RICORSIONE



E + E * E

E + E * E

mercoledì 17 ottobre 2018 11:43

$E \to N + E \mid N * E \mid N$

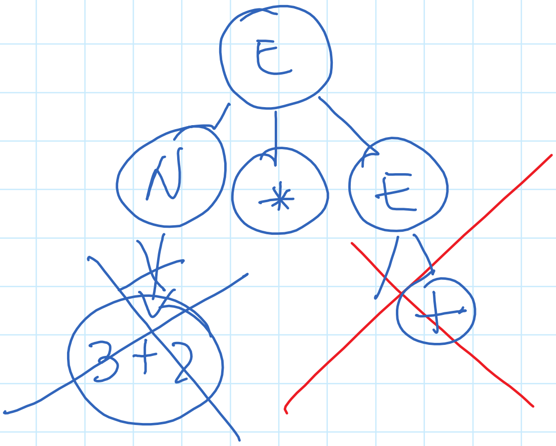
$N \to \dots$

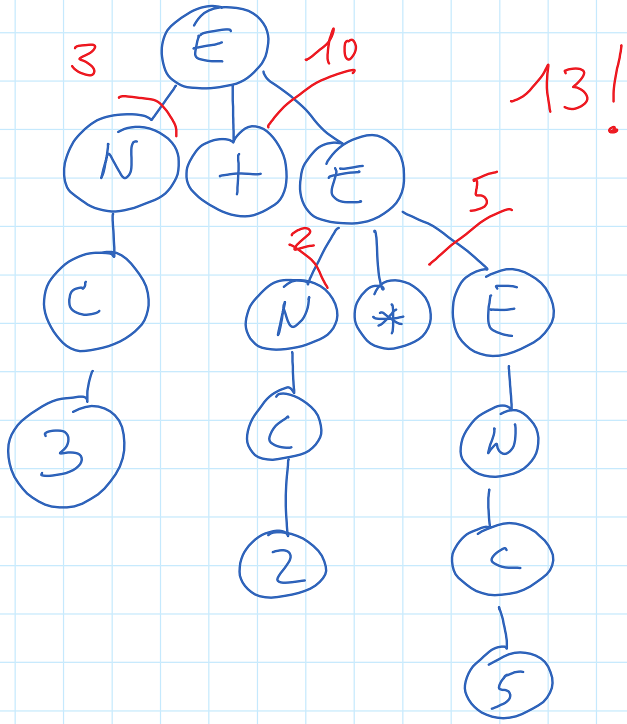
Il linguaggio riconosciuto è lo stesso??

Sì!

Il linguaggio riconosciuto è lo stesso

$3+2*5$

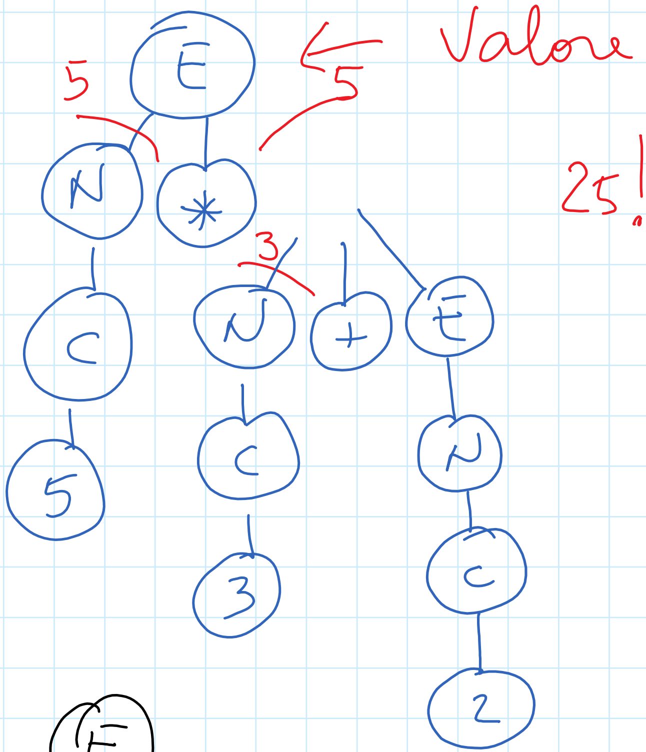




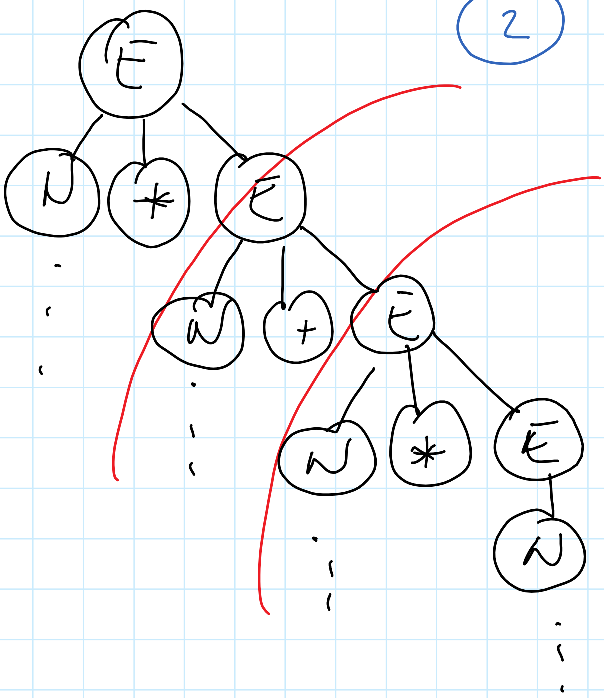
$E \rightarrow N + E \mid N * E \mid N$

$N \rightarrow \dots$

$5 * 3 + 2$



$3 * (2 + (3 * 5))$



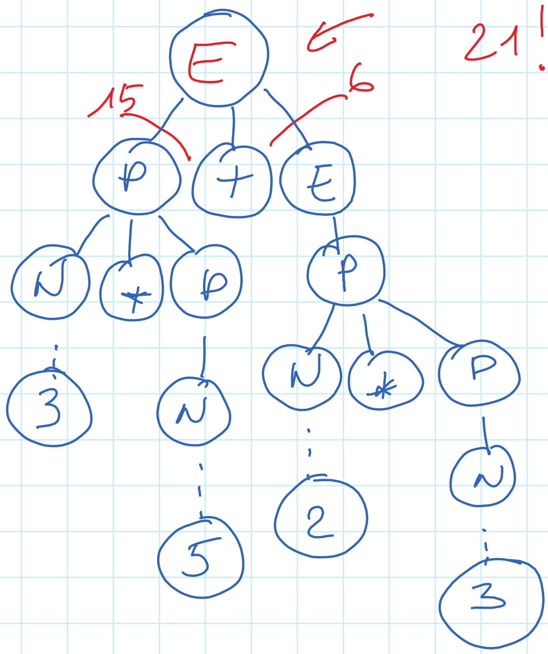
Se vogliamo una grammatica i cui alberi di derivazione, quando usati come guide al calcolo, diano priorità maggiore a * rispetto a +, dobbiamo avere i prodotti più in basso delle somme.

$E \rightarrow P + E \mid P$

$P \rightarrow N * P \mid N$

$N \rightarrow \ldots$

$3 * 5 + 2 * 3$



ASF

Grammatiche regolari (sono un sottoinsieme delle grammatiche libere in cui le produzioni hanno la forma

$A \rightarrow aB$ $\quad A, B \in V, \; a \in \mathcal{T}$

oppure

$A \rightarrow a$ $\quad A \in V$.

$a \in \Lambda$)

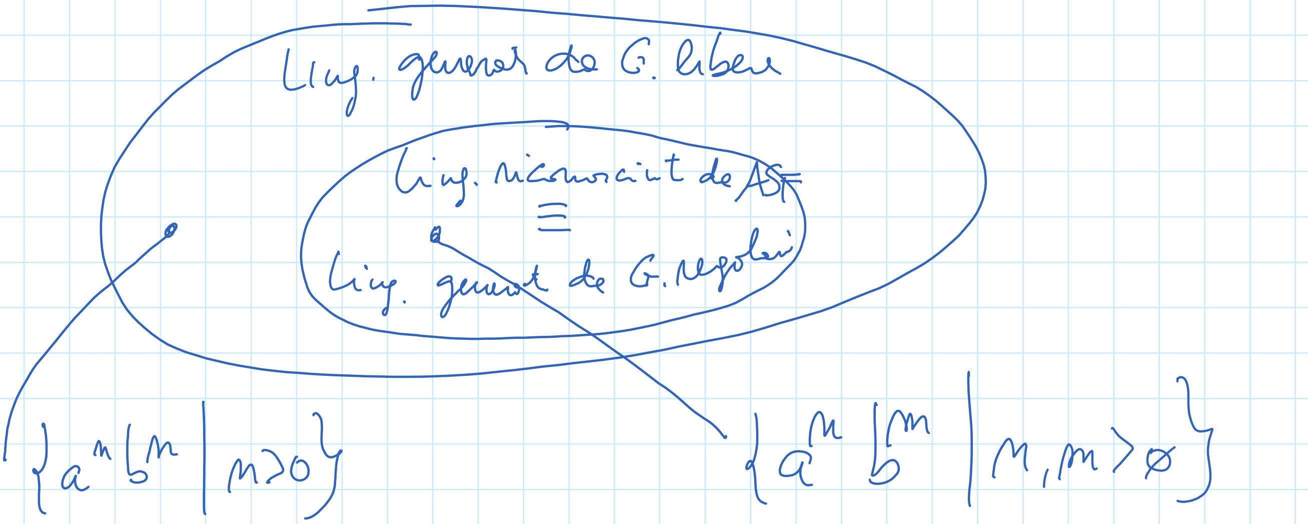
grammatiche libere hanno produzioni delle forme $A \to \alpha$ $A \in V$
$\alpha \in (\Lambda \cup V)^*$

$A \to aB$ è una prod. di una gramm. regolare ma anche di una gramm. libera

$S \to aSb$ è una prod. di una gramm. libera ma NON di una gramm. regolare!

mercoledì 17 ottobre 2018 12:22

ASF sono equivalenti alle gramm. regolari



Dimostrare che un linguaggio è regolare (riconosciuto da un ASF oppure generato da una gramm. regolare)?

Si dà un ASF che lo riconosca oppure si dà una G. regolare che lo genera.

Come si dimostra che un linguaggio NON è regolare?

mercoledì 17 ottobre 2018 12:27

~~Non trovo nessun ASF che lo riconosce!~~

~~Perché esiste una G. libera che lo genera!~~

PUMPING LEMMA

Se L è un linguaggio regolare
allora
esiste $n \in \mathbb{N}$ tale che tutte le stringhe di L, w, di lunghezza maggiore o uguale a n ($|w| \geq n$) possono essere divise in tre parti, x, y e z ($w = xyz$) tali che

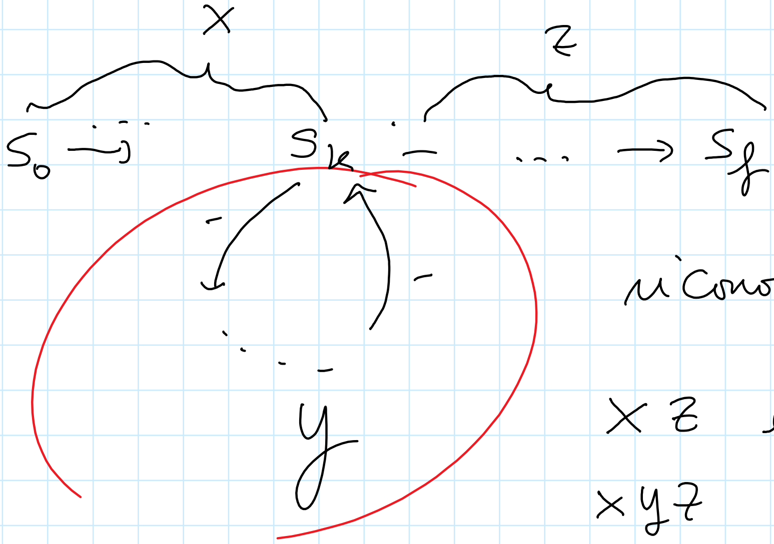
- $|xy| \leq n$
- $y \neq \varepsilon$
- $\forall i \in \mathbb{N},\ xy^iz \in L$

$\in L$

L è regolare
allora esiste un ASFA che lo riconosce.
Supponiamo che A abbia n stati:
Prendiamo una qualsiasi stringa $w \in L$
con $|w| \geq n$
il riconoscimento di w passa almeno due volte attraverso lo stesso stato di A
(pigeon holes principle)

$w \in L \quad |w| \geq n$

$$s_0 \to s_1 \to s_k \to \dots \to s_k \to \dots \to s_f \in F$$



riconosce w

xz è riconosciuta? sì!
xyz " " sì!
$xyyz$ " " ?

$\forall i.\ xy^iz \in L$

$y \neq \varepsilon$

$\forall i . \; x y^i z \in L$ 00

$y \neq \varepsilon$

$|xy| \leq n$

L è regolare $\Rightarrow$ esiste una proprietà delle stringhe.

$$A \Rightarrow B \quad \equiv$$

$$\cancel{\neg A \Rightarrow \neg B}$$

$$\neg A \Leftarrow \neg B$$

Se non è vera la proprietà delle stringhe allora il linguaggio non è regolare!

$$A \Rightarrow B \quad \equiv \quad \neg B \Rightarrow \neg A$$

PUMPING LEMMA

mercoledì 17 ottobre 2018 12:46

L regolare $\Rightarrow$

$$\left(\exists n \in \mathbb{N}.\ \left(\forall w \in L.\ |w| \geq n \Rightarrow \left(\exists x,y,z.\ w = xyz \wedge |xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon \wedge \left(\forall i \in \mathbb{N}.\ xy^iz \in L\right)\right)\right)\right)$$

Per dimostrare che L non è regolare dobbiamo dimostrare che è vera la formula

$$\neg\left(\exists n \in \mathbb{N}.\ \forall w \in L.\ |w| \geq n \Rightarrow \left(\exists x,y,z.\ w = xyz \wedge |xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon \wedge \left(\forall i \in \mathbb{N}.\ xy^iz \in L\right)\right)\right)$$

$\equiv \{\ \neg\exists x.P \equiv \forall x.\neg P$, de Morgan $\}$

$$\forall n \in \mathbb{N}.\ \neg\left(\forall w \in L.\ \ldots\ldots\right)$$

$\equiv \{\ \neg\forall x.P \equiv \exists x.\neg P$, de Morgan $\}$

$\forall n \in \mathbb{N} .\ \exists w \in L .\ \neg (|w| \geq n \Rightarrow \exists x,y,z .\ w = xyz \wedge$
$|xy| \leq n \wedge y \neq \varepsilon \wedge$
$(\forall i \in \mathbb{N} .\ xy^i z \in L))$

$\equiv \{ A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$, eliminazione $\Rightarrow \}$

$\forall n \in \mathbb{N} .\ \exists w \in L .\ \neg (\neg(|w| \geq n) \vee (\exists x,yz . \dots\dots))$

$\equiv \{ \neg (A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$, de Morgan$\}$

$\forall n \in \mathbb{N} .\ \exists w \in L .\ (|w| \geq n \wedge \neg (\exists x,y,z \dots\dots))$