Automi a stati finiti

mercoledì 10 ottobre 2018 11:14

ASF $\quad A = (\Lambda, Q, s, F, \delta)$

Λ alfabeto (insieme finito di simboli)

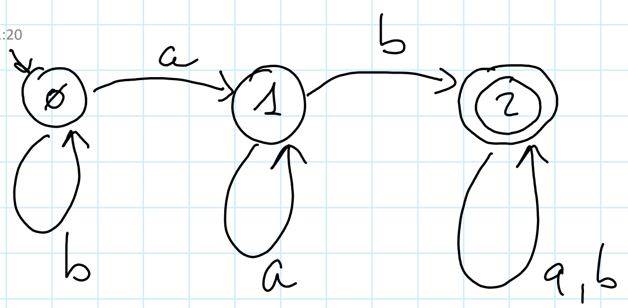
Q insieme finito di stati

$s \in Q$ stato iniziale

$F \subseteq Q$ insieme degli stati finali
(o di accettazione)

$\delta \subseteq \underline{Q \times \Lambda \times Q}$ relazione di transizione

insieme delle triple
$\langle$stato, simbolo, stato$\rangle$



$A = (\Sigma, Q, s, F, \delta)$

$\Sigma = \{a, b\}$ $\quad F = \{2\}$

$Q = \{\emptyset, 1, 2\}$ $\quad \delta = \{\langle\emptyset, b, \emptyset\rangle, \langle\emptyset, a, 1\rangle,$

$s = \emptyset$ $\quad \langle 1, a, 1\rangle, \langle 1, b, 2\rangle,$

$\langle 2, a, 2\rangle, \langle 2, b, 2\rangle\}$

Quando una stringa w su Σ ($w \in \Sigma^*$) è riconosciuta dall'automa?

Σ alfabeto

Σ^* l'insieme di tutte le stringhe di lunghezza finita su Σ

$\Sigma = \{a, b\}$

$\Sigma^* = \{\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa \ldots\}$

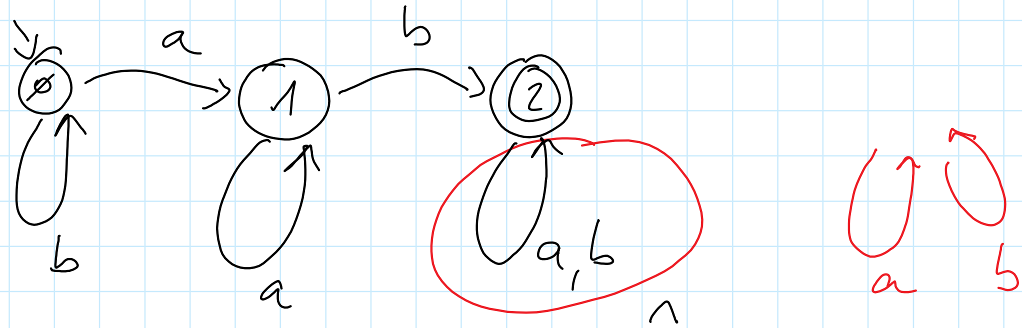
insieme infinito di sequenze finite su Σ

Dato un automa

mercoledì 10 ottobre 2018 11:25

$$A = (\Sigma, Q, s, F, \delta)$$

una stringa $w \in \Sigma^*$ è riconosciuta da A sse leggendo i simboli di w da sinistra verso destra e partendo da s è possibile fare transizioni in A secondo δ per tutti i simboli di w e si termina in uno stato di F



$$L = \{ \alpha a b \beta \mid \alpha \in \Sigma^*, \beta \in \Sigma^* \}$$

$abaa \in L$

$\alpha = \varepsilon \quad \beta = aa$

$aaa \notin L$

$baba \in L \qquad bbaa \notin L$

abaa

$\emptyset \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{b} 2 \xrightarrow{a} 2 \xrightarrow{a} 2$ riconosciuta

$2 \in F = \{2\}$

$\emptyset \longrightarrow 1 \longrightarrow 2 \longrightarrow 2 \longrightarrow 2$

riconosciuta

$2 \in F = \{2\}$

aaa

$\emptyset \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{a} 1$

non è riconosciuta

$1 \notin F$

Numeri naturali multipli di 3.

Un numero naturale è multiplo di 3 se la somma delle cifre è multiplo di 3.

$n \bmod 3 = 0$

↑ resto della divisione intera tra n e 3

369 somma cifre = 18 multiplo di 3

" " = 5 " "

369

↳ resto della divisione di 3 per 3 = 0

0 + 6 = 6 resto della div di 6 per 3 = 0

0 + 9 = 9 9 per 3 = 0

1971

$\hookrightarrow 1$ resto mod 3 $= 1$

$1+9=10$ " mod 3 $= 1$

$1+7=8$ " " " $= 2$

$2+1=3$ " " " $= \varnothing$

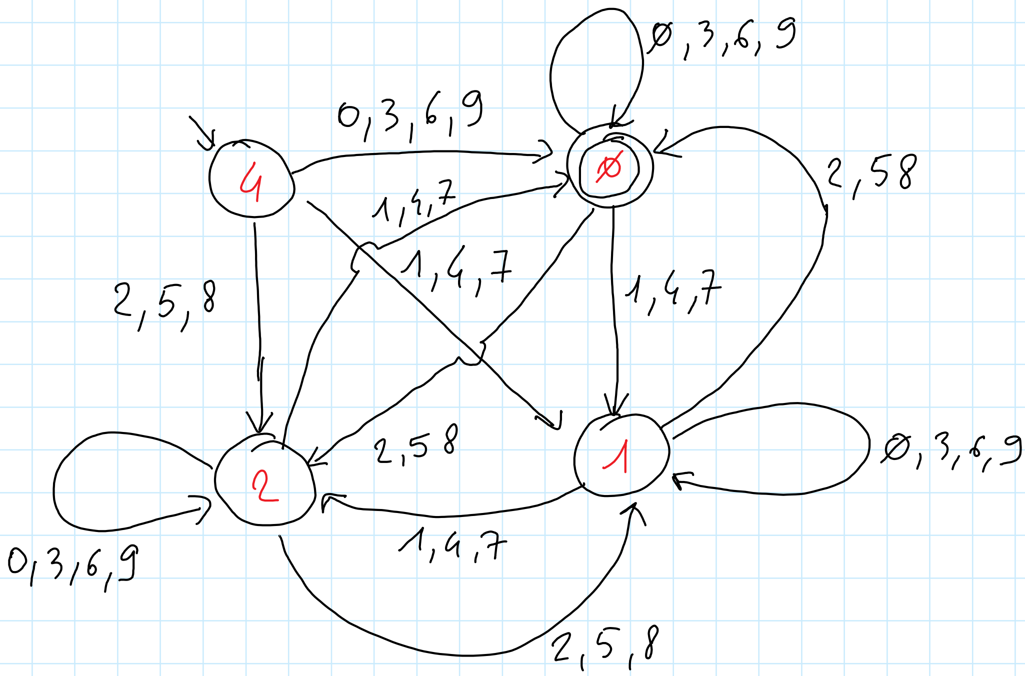
$$\Sigma = \{\varnothing, 1, \ldots, 9\}$$

$$\Sigma^* = \{\varepsilon, \varnothing, 1 \ldots, 9, 00, 01 \ldots \}$$

$$L = \{\alpha \mid \alpha \in \underbrace{\Sigma^* \setminus \{\varepsilon\}}_{\Sigma^* \setminus \{\varepsilon\} = \Sigma^+} \wedge \alpha \bmod 3 = \varnothing\}$$

0197100 $\in$ o $\notin L$?

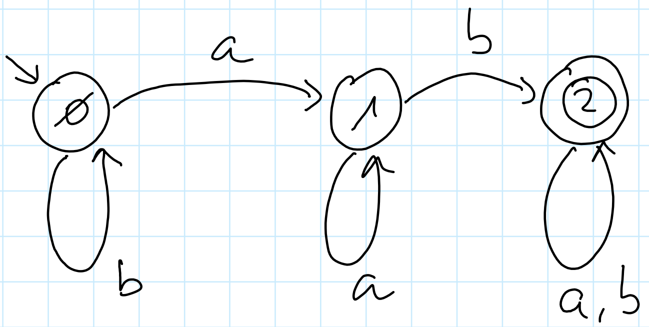
Se lo stato iniziale è anche finale significa che l'automa riconosce la stringa vuota!



mercoledì 10 ottobre 2018 11:52

$L = \{\alpha a b \beta \mid \alpha, \beta \in \Sigma^*\}$

$\Sigma = \{a, b\}$



$\delta = \{ \langle 0, b, 0 \rangle, \langle 0, a, 1 \rangle, \langle 1, a, 1 \rangle, \langle 1, b, 2 \rangle,$
$\langle 2, a, 2 \rangle,$

δ relazione in realtà, in questo caso, è una funzione

$\delta(0, b) = 0$

$\delta(0, a) = 1$

$\delta(0, a) = 2$

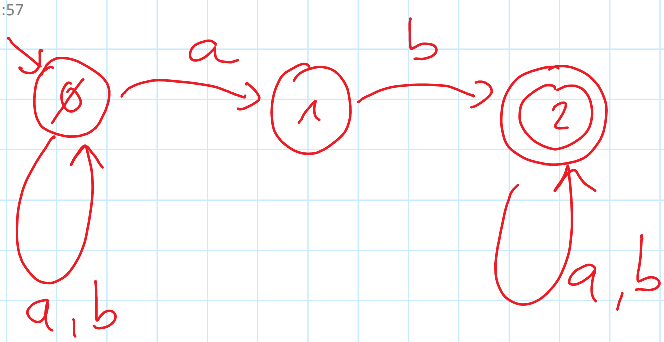
non succedono nella nostra δ

$\delta : Q \times \Sigma \to Q$

$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

$f(a) = b \qquad f(c) = d$

se $a = c$ allora $b = d$

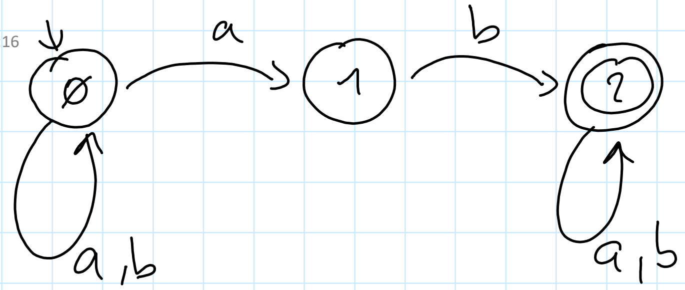


$\delta = \{ \langle 0, a, 0 \rangle, \langle 0, b, 0 \rangle, \langle 0, a, 1 \rangle$

δ non è una funzione

Se δ non è una funzione si dice che l'ASF è NON DETERMINISTICO

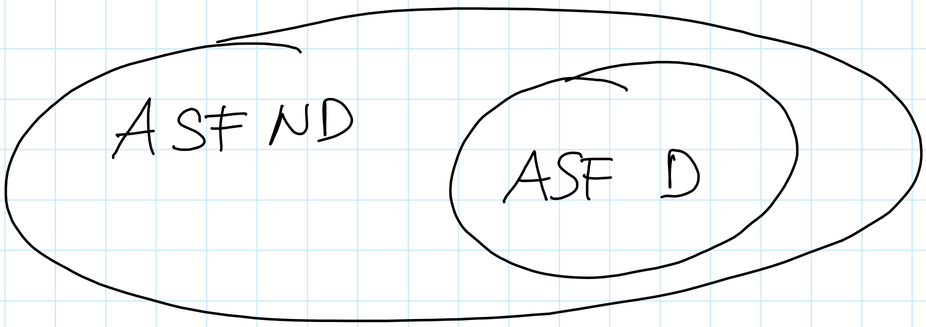
Se δ è una funzione si dice che l'ASF è DETERMINISTICO



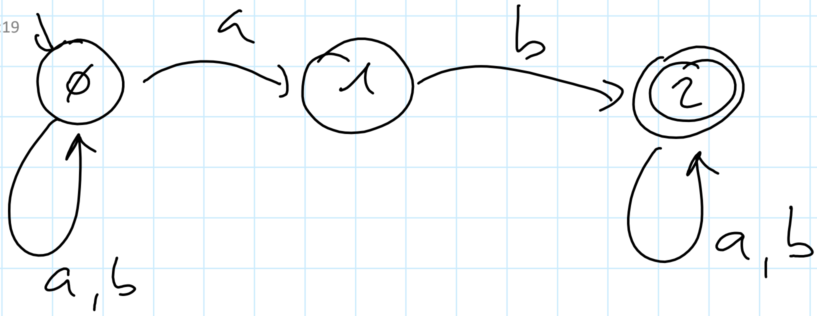
Quando una stringa $x \in \Sigma^*$ è riconosciuta da un ASF ND?

ASF ND sono quelli in cui δ è una relazione.

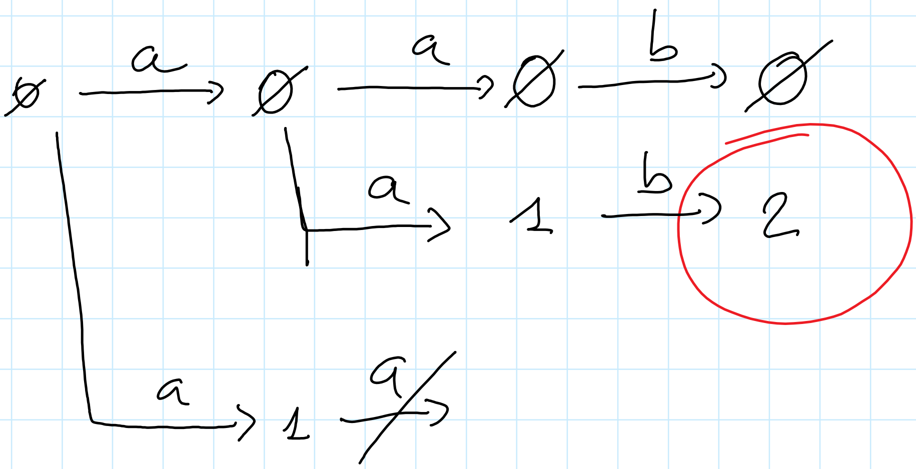
Funzioni sono relazioni



l'insieme degli ASF ND sono un sovrainsieme STRETTO degli ASF D

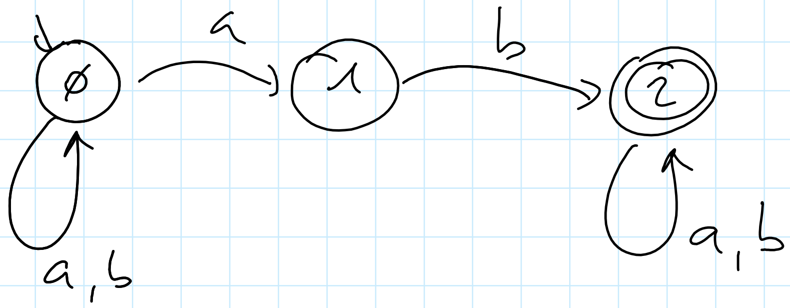


aab

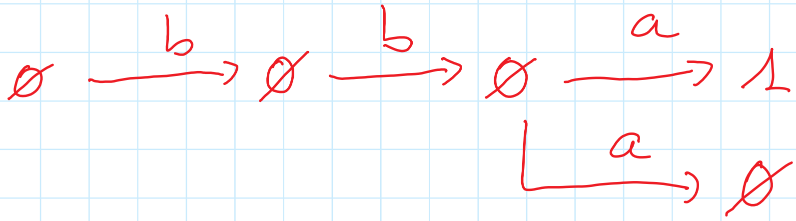


Una stringa $w \in \Sigma^*$ è riconosciuta da un ASF ND se ESISTE un cammino che mi permette di leggere tutti i simboli della stringa e termina in uno stato di accettazione.

12:19

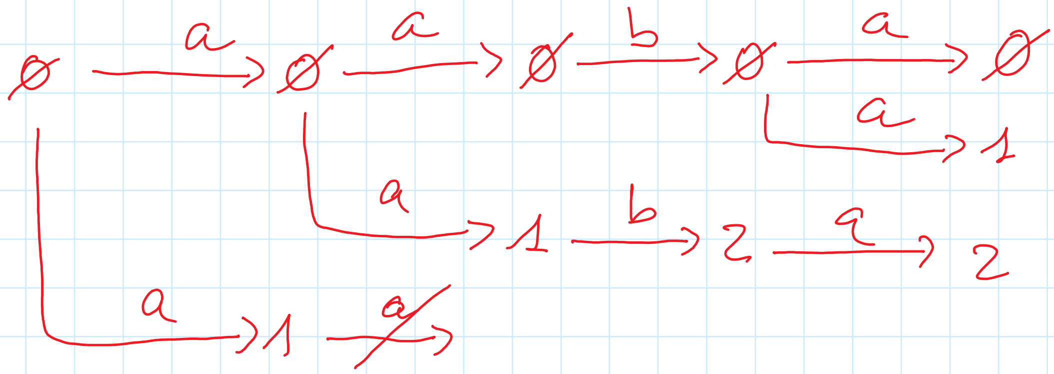


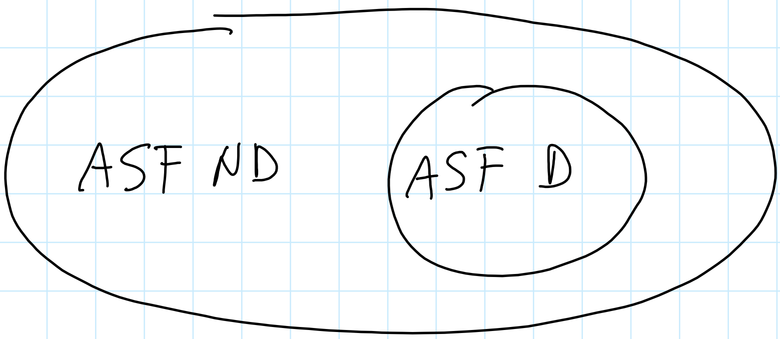
bba



$\emptyset, 1 \notin F$

aaba $\in L$



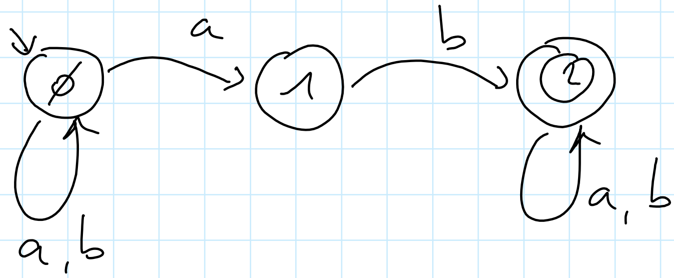


Può esserci un linguaggio L riconosciuto da un ASF ND e per il quale NON ESISTE un ASF D che lo riconosca? NO!

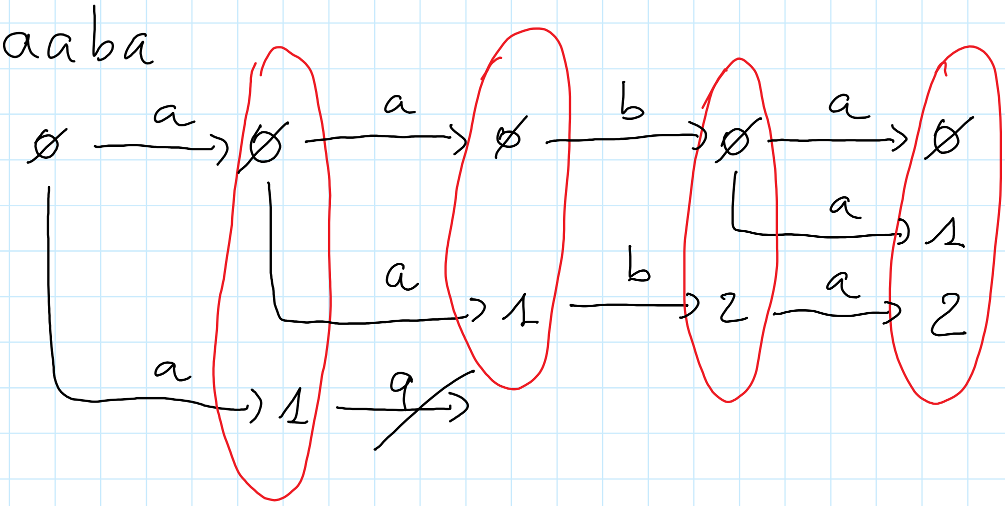
Se un linguaggio é riconosciuto da un ASF ND allora esiste un ASF D che lo riconosce (ASF ND hanno la stessa POTENZA di quelli deterministici)

Intuizione

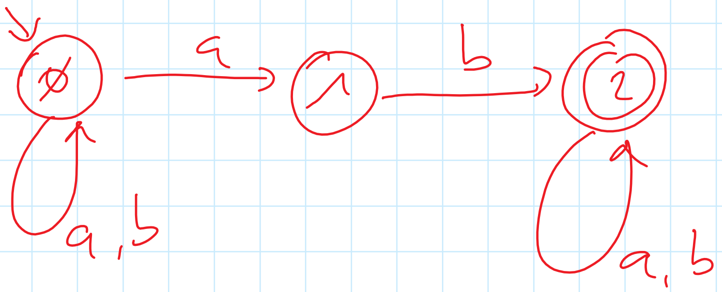
mercoledì 10 ottobre 2018 12:32

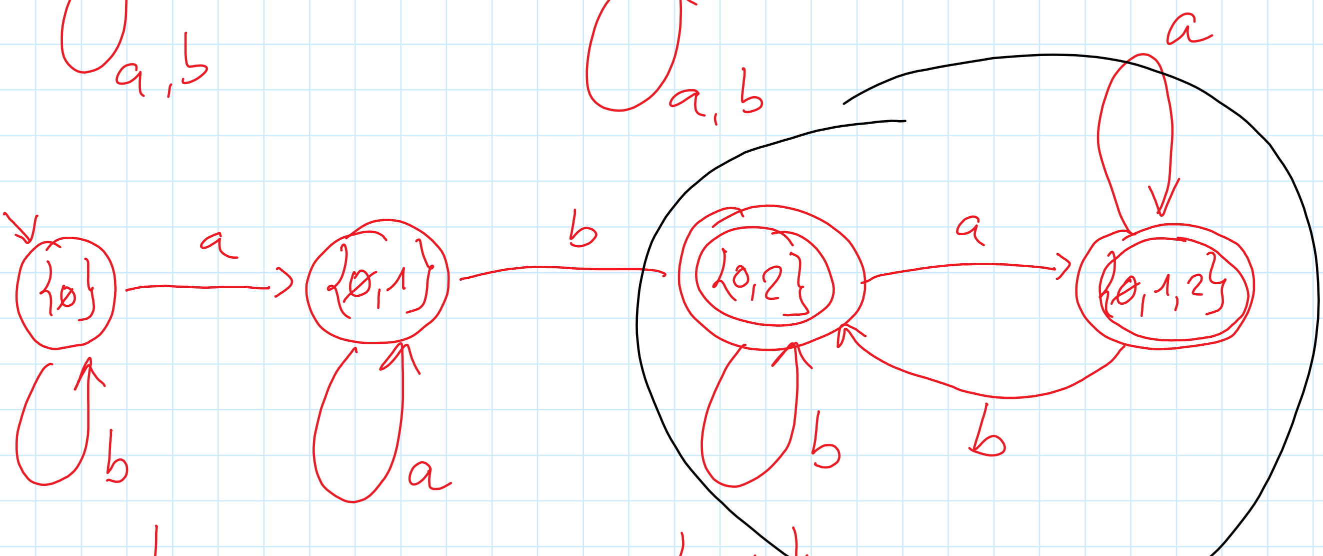


aaba



$\{\emptyset\} \xrightarrow{a} \{\emptyset, 1\} \xrightarrow{a} \{0, 1\} \xrightarrow{b} \{\emptyset, 2\} \xrightarrow{a} \{\emptyset, 1, 2\}$



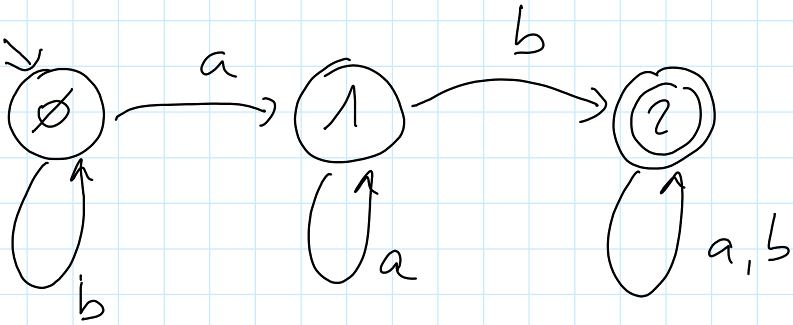


aaba ⟶ {0,1,2}

aab ⟶ {0,2}

aab $\longrightarrow$ $\{\emptyset, 2\}$

baa $\longrightarrow$ $\{\emptyset, 1\}$



Dato

mercoledì 10 ottobre 2018 12:43

ASF ND $A = (\Sigma, Q, s, F, \delta)$

è possibile costruire un ASF D, A', equivalente (che riconosce lo stesso linguaggio) nel modo seguente

$$A' = (\Sigma, \mathbb{P}_Q, \{s\}, F', \delta')$$

$F' \subseteq \mathbb{P}_Q$ tale che ciascun insieme $I \in F'$

$$I \cap F \neq \{\}$$

$$\delta' = \{ (S_1, a, S_2) \mid S_1, S_2 \in \mathbb{P}_Q \wedge a \in \Sigma, \; (s_1, a, s_2) \in \delta \iff (s_1 \in S_1 \wedge s_2 \in S_2) \}$$

---

dato un insieme A, il powerset di A, $\mathbb{P}_A$ o $\wp_A$, è l'insieme di tutti i sottoinsiemi di A.

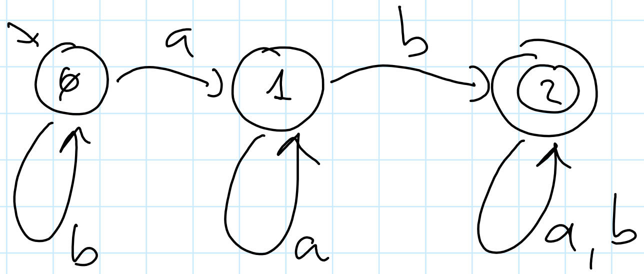
Es

$$A = \{\emptyset, 1, 2\}$$

$$\mathbb{P}_A = \{ \{\}, \{\emptyset\}, \{1\}, \{2\}, \{\emptyset, 1\}, \{\emptyset, 2\}, \{1, 2\}, \{\emptyset, 1, 2\} \}$$

$$\delta = \{ (\emptyset, a, 1), \ldots\ldots (\emptyset, a, 2) \ldots\ldots$$

$$\delta' = \{ (\{\ \}, a, \{\ \}) $$

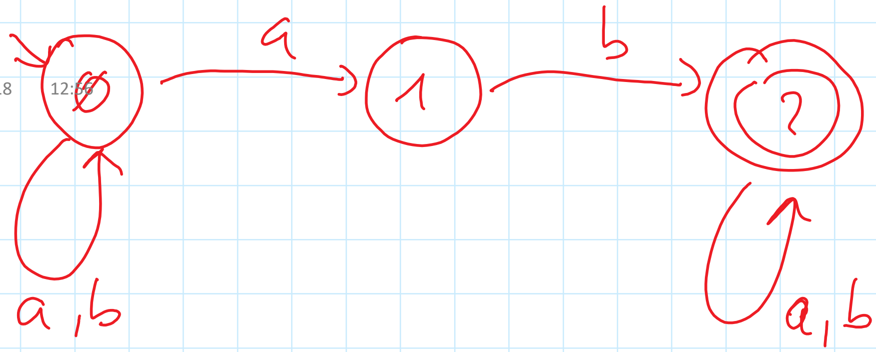


Stati

← simboli di Σ

	a	b
iniziale → ∅	1	∅
1	1	2
finale → 2	2	2

Transizioni



	a	b
{0}	{∅,1}	{∅}
{∅,1}	{∅,1}	{∅,2}
{∅,2}	{∅,1,2}	{∅,2}
{∅,1,2}	{∅,1,2}	{∅,2}
~~{1,2}~~	~~{2}~~	~~{2}~~
~~{2}~~	~~. . .~~	

$\mathbb{P}_Q$

$\{1,2\} \in \mathbb{P}_Q$