mercoledì 6 dicembre 2017 11:16

GIOVEDÌ → MERCOLEDÌ 16-18

9/1 prova pratica per quelli che hanno fatto i compitini

Frame come funzioni:

A insieme $\quad A_\perp = A \cup \{\perp\}$

Frame sono funzioni totali da A a $B_\perp$

$$f : A \to B_\perp$$

Due operazioni sui frame:

Aggiunta di una associazione

$$f\left[{}^{b}/_{a}\right]^{add} = g \qquad \text{se } f(a) = \perp$$

$$g(m) = \begin{cases} b & \text{se } m = a \\ f(m) & \text{altrimenti} \end{cases}$$

l'associazione per a non è presente in f

associazione per a è presente in f

Modifica di una associazione

$$f\left[{}^{b}/_{a}\right]^{mod} = g \qquad \text{se } f(a) \neq \perp$$

$$g(m) = \begin{cases} b & \text{se } m = a \\ f(m) & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\Pi = \{\Omega\} \cup \{ f.\pi \mid f : A \to B_\bot \wedge \pi \in \Pi \}$$

pile vuote

pile non vuote (pile che hanno in testa almeno il frame f)

Insieme di tutte le Pile di frame da A a $B_\bot$

$\pi \in \Pi$

Abbiamo definito su π 3 operazioni

- la lettura del valore $\in B_\bot$ associato in π al valore $a \in A$
- la modifica di una associazione per a (la prima incontrata scendendo nella pila π)
- l'aggiunta di una associazione (a, b) nella pila π (nel primo frame di π)

mercoledì 6 dicembre 2017 11:31

Lettura del valore associato ad a in π

pattern matching in CAML

$$\pi(a) = \begin{cases} \bot & \text{se } \pi = \Omega \\ f(a) & \text{se } \pi = f.\pi' \wedge f(a) \neq \bot \\ \pi'(a) & \text{se } \pi = f.\pi' \wedge f(a) = \bot \end{cases}$$

applicazione di funzione

$$\boxed{\pi(a) \in B_\bot}$$

Modifica del valore legato ad a in π

$$\pi[b/a]^{mod} \in \Pi$$

$$\pi[b/a]^{mod} = \begin{cases} f.\pi'[b/a]^{mod} & \text{se } \pi = f.\pi' \wedge f(a) = \bot \\ f[b/a]^{mod}.\pi' & \text{se } \pi = f.\pi' \wedge f(a) \neq \bot \end{cases}$$

l'operazione non è definita su Ω

Aggiunta di una associazione (a,b) nel primo frame di π (indefinita su Ω)

$$\pi[b/a]^{add} = f[b/a]^{add}.\pi'$$

se $\pi = f.\pi' \wedge f(a) = \bot$

Definiamo le pile di ambiente e di memoria

pila di ambiente è una pila di frame

- $\varphi : Ide \to Loc_\perp$

nomi (identificatori) tutte le stringhe generabili dalla categoria sintattica Ide

locazioni di memoria

Ide → Lettera Sequenza

Lettera → a | b | ... | z

Cifra → 0 | 1 | ... | 9

Sequenza → Lettera | Cifra | Lettera Sequenza | Cifra Sequenza

$\boxed{\text{Ide è il linguaggio generabile dalla cat. sintattica Ide}}$

Definiamo l'insieme di tutte le pile di ambiente

$$P = \{\Omega\} \cup \{\varphi . \rho \mid \varphi : Ide \to Loc_\perp \wedge \rho \in P\}$$

P maiuscolo

mercoledì 6 dicembre 2017 11:50

Insieme di tutte le fnle di memoria (fnle di frame da Loc a $Val_\perp$)

Locazioni

possibili valori

$$M = \{\Omega\} \cup \{ \nu \cdot \mu \mid \nu : Loc \to Val_\perp \wedge \mu \in M \}$$

μ maiuscola

$$\mu \left[\, {}^{\text{Valore}} / {}_{\text{loc}} \, \right]^{mod}$$

es:

$$\mu \left[{}^{V} / {}_{\ell} \right]^{mod}$$

Exp → Num | Ide | Exp Op Exp |

Dec → Type Ide; | Type Ide = Exp;

Com → Ide = Exp; | if (Exp) Com else Com |
while (Exp) Com | { Dec_list Com_list }

Op → + | * | ...

Dec_list → Dec | Dec Dec_list

Com_list → Com | Com Com_list

Le produzioni danno le strutture delle categorie sintattiche.
Le funzioni che danno la semantica saranno definite per casi sulla struttura delle cat. sintattiche (cioè un caso per ogni produzione).

↓

Semantica guidata dalla sintassi

mercoledì 6 dicembre 2017 12:00

Quante funzione semantiche?

Quante sono le categorie sintattiche di interesse:

$Sem_e : Exp \to P \to M \to Val_\perp$

$Sem_d : Dec \to P \to M \to P * M$ — ambiente e memoria modificati

$Sem_c : Com \to P \to M \to M$ — memoria modificata

$Sem_{op} : Op \to (\underline{\mathbb{N} * \mathbb{N} \to \mathbb{N}})$ — il risultato è un operatore binario su $\mathbb{N}$

$Sem_{dl} : DecList \to P \to M \to P * M$

$Sem_{cl} : Com\_list \to P \to M \to M$

Sem_e

$Sem_e \; n \; \rho \; \mu = v$ $\qquad n \in Num$
dove $v = val(n)$ $\qquad v \in Val$

$Sem \; x \; \rho \; \mu = \mu(\underbrace{\rho x}_{\text{la locazione di } x})$ — il valore di x in memoria $\qquad x \in Ide$

$Sem_e (e_1 \circ e_2) \; \rho \; \mu = v_1 \, \underline{o} \, v_2$ $\qquad e_1, e_2 \in Exp$, $o \in Op$

dove $v_1 = Sem_e \; e_1 \; \rho \; \mu$

$v_2 = Sem_e \; e_2 \; \rho \; \mu$

$\underline{o} = Sem_{op} \; o$

def. ricorsiva

$val(n)$ = il valore della stringa n

$val : Num \to Val$

$Sem_d : Dec \to P \to M \to P * M$

$Sem_d \ (T\ x;)\ \rho\ \mu = \left(\rho\left[{}^{\ell}/_{x}\right]^{add}, \mu\left[{}^{?}/_{\ell}\right]^{add} \right)$ $\quad T \in Type$, $x \in Ide$

dove

$\ell = succloc(\mu)$

funzione che restituisce la prima locazione libera nella memoria μ

$Sem_d \ (T\ x = e;)\ \rho\ \mu = \left(\rho\left[{}^{\ell}/_{x}\right]^{add}, \mu\left[{}^{v}/_{\ell}\right]^{add} \right)$ $\quad T \in Type$, $x \in Ide$, $e \in Exp$

dove $\ell = succloc(\mu)$

$v = Sem_e\ e\ \rho\ \mu$

Semantica dei comandi

mercoledì 6 dicembre 2017 12:40

$$Sem_c : Com \to P \to M \to M$$

$x \in Ide$
$e \in Exp$

$$Sem_c\,(x = e;)\ \rho\ \mu = \mu\left[{}^{v}/_{\rho x}\right]^{mod}$$

dove

$$v = Sem_e\ e\ \rho\ \mu$$

$e \in Exp$
$c_1, c_2 \in Com$

$$Sem\,(\text{if } (e)\ c_1 \text{ else } c_2)\ \rho\ \mu =$$

$$\text{if}\,(Sem_e\ e = 1)\ \text{then } Sem_c\ c_1\ \rho\ \mu$$
$$\text{else } Sem_c\ c_2\ \rho\ \mu$$

---

mercoledì 6 dicembre 2017 12:45

mercoledì 6 dicembre 2017 12:46

Semantica while

$e \in Exp$
$c \in Com$

$$Sem_c\ (\text{while}\ (e)\ c)\ \rho\ \mu =$$
$$\text{if}\ Sem_e\ e\ \rho\ \mu = \emptyset\ \text{then}\ \mu$$
$$\text{else}\ \mu''$$

dove $\mu' = Sem_c\ c\ \rho\ \mu$

$$\mu'' = Sem_c\ (\text{while}\ (e)\ c)\ \rho\ \mu'$$

potrebbe non esistere se il calcolo del while è infinito

mercoledì 6 dicembre 2017 12:50

$Sem_c \ \{dl \ cl\} \ \rho \ \mu = \mu'$

ρ con un nuovo frame vuoto

$dl \in Dec\_list$

$cl \in Com\_list$

dove

$(\varphi.\rho', \nu.\mu) = Sem_{dl} \ dl \ (\omega.\underline{\rho}) \ (\omega.\underline{\mu})$

gli stessi

$\nu'.\mu' \quad Sem_{cl} \ cl \ (\varphi.\rho) \ (\nu.\mu)$

μ con un nuovo frame vuoto

$\omega(m) = \perp$

$Sem_{dl} \ d \ \rho \ \mu = Sem_d \ d \ \rho \ \mu$

$Sem_{dl} \ (d \ dl) \ \rho \ \mu = Sem_{dl} \ dl \ \rho' \ \mu'$

dove $(\rho', \mu') = Sem_d \ d \ \rho \ \mu$

$d \in Dec$

$dl \in Dec\_list$

$Sem_{cl} \ c \ \rho \ \mu = Sem_c \ c \ \rho \ \mu \qquad c \in Com$

$Sem_{cl} \ (c \ cl) \ \rho \ \mu = Sem \ cl \ \rho \ \mu'$

dove $\mu' = Sem_c \ c \ \rho \ \mu$