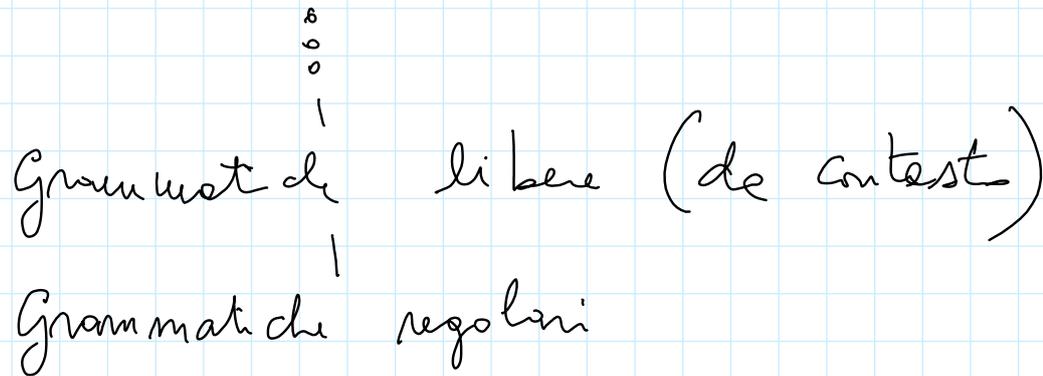


$$L = \{ a^m b^m \mid m > 0 \}$$

sull'alfabeto  $\Sigma = \{ a, b \}$

non può essere riconosciuto da un ASF.

Abbiamo introdotto le GRAMMATICHE A STRUTTURA DI FRASE



# Grammatica libera

$$G = (\Sigma, V, S, P)$$

alfabeto

categorie  
simboliche

SEV  
cat. iniz.  
iniziale

insieme  
produzioni

Produzioni di una gramm.  
libera

$$A \rightarrow \alpha$$

$$A \in V$$

$$\alpha \in (\Sigma \cup V)^*$$

$$L = \{ a^m b^m \mid m > 0 \}$$

$$m \in \mathbb{N}$$

$$a^{\emptyset} = \varepsilon$$

$$S \rightarrow ab$$

$$S \rightarrow aSb$$

nelle prime produzioni indico la categoria sintattica iniziale

le categorie sintattiche iniziano per lettere maiuscole.

$$G = (\{a, b\}, \{S\}, S, P)$$

## Derivazione

Da parte delle categorie iniziali, si riscrivono le categorie sintattiche mediante le produzioni (le cat. sint. indicate alle sinistre di una produzione e rimpiazzate delle stringhe che ste alle destre) in tutti i possibili modi. Le stringhe di simboli di  $L$  raggiunti appartengono al linguaggio generato.

$$\begin{aligned}
 S &\xrightarrow{\textcircled{1}} ab \\
 S &\xrightarrow{\textcircled{2}} aSb \Rightarrow S \rightarrow ab \mid aSb
 \end{aligned}$$

$\uparrow$   
 alternativa

$$\begin{aligned}
 S &\xrightarrow{\textcircled{1}} ab \in L \\
 S &\xrightarrow{\textcircled{2}} aSb \xrightarrow{\textcircled{1}} aabb \in L \\
 S &\xrightarrow{\textcircled{2}} aSb \xrightarrow{\textcircled{2}} aaSbb \xrightarrow{\textcircled{1}} aaaabbb \in L \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

$$L = \{ a^m b^m \mid m > 0 \}$$

$$L = \{ a^m b^m \mid m \geq 0 \}$$

$$S \rightarrow \varepsilon \mid aSb$$

$$\begin{aligned}
 S &\xrightarrow{\textcircled{1}} \varepsilon \\
 S &\xrightarrow{\textcircled{2}} aSb \xrightarrow{\textcircled{1}} ab \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

$$S \rightarrow aSb \rightarrow aaSbb \rightarrow aabb$$

$$L = \{ a^m b^m \mid m, m > 0 \}$$

$$aab \in L$$

$$aaabbb \in L$$

$$aabb \in L$$

$$aba \notin L$$

$$\begin{array}{l} \underline{S} \rightarrow \underline{aS} \mid aA \\ A \rightarrow b \mid bA \end{array}$$

definite

RICORSIVAMENTE

Nel definire  
la scrittura  
di S utilizziamo

S

$$G = (\{a, b\}, \{S, A\}, S, P)$$

$$S \rightarrow aA \rightarrow ab \in L$$

$$S \rightarrow aS \rightarrow aaA \rightarrow aab \in L$$

$$S \rightarrow aA \rightarrow abA \rightarrow abb \in L$$

⋮

La grammatica libera non è sufficiente per definire le sintassi dei lang. di programmazione? SI!

Prog  $\rightarrow$  Dlist main () { Dlist Clist }

Dec  $\rightarrow$  Type Ide ; | Type Ide = Exp ;

Com  $\rightarrow$  Ide = Exp ; | if (Exp) Com |  
 if (Exp) Com else Com |  
 while (Exp) Com | { Dlist Clist }

Exp  $\rightarrow$  Ide | Num | Exp + Exp | ...

Ide  $\rightarrow$  Lettera | Lettera Sep

Sep  $\rightarrow$  Cifre | Lettere | Cifre Sep | Lettere Sep

Cifre  $\rightarrow$  0 | ... | 9

Lettere  $\rightarrow$  a | ... | z

Sep  $\rightarrow$  Cifre  $\rightarrow$  0

Sep  $\rightarrow$  Lettere  $\rightarrow$  b

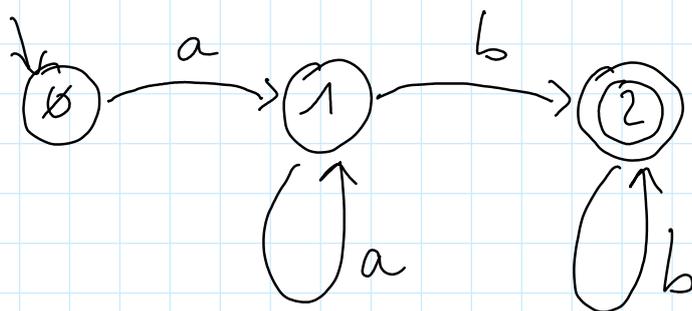
Sep  $\rightarrow$  Cifre Sep  $\rightarrow$  1 Sep  $\rightarrow$  Lettere  $\rightarrow$  1 b

Dlist  $\rightarrow$  Dec | Dec Dlist

Clst  $\rightarrow$  Com | Com Clst

Type  $\rightarrow$  int

$$L = \{ a^n b^m \mid n, m > 0 \}$$



$$\Sigma = \{ a, b \}$$

$$V = Q = \{ 0, 1, 2 \}$$

$$S \in V = \emptyset$$

$P$  se nell'automa c'è la transizione  $(s_0, a, s_1)$  aggiungo a  $P$  le produzioni  $s_0 \rightarrow a s_1$ ,  
 se  $s_1$  è finale aggiungo anche le produzioni  $s_0 \rightarrow a$

$$\emptyset \rightarrow a 1$$

$$1 \rightarrow a 1 \mid b 2 \mid b$$

$$2 \rightarrow b 2 \mid b$$

$\emptyset \rightarrow a1$

$1 \rightarrow a1 \mid b2 \mid b$

$2 \rightarrow b2 \mid b$

REGOLARE

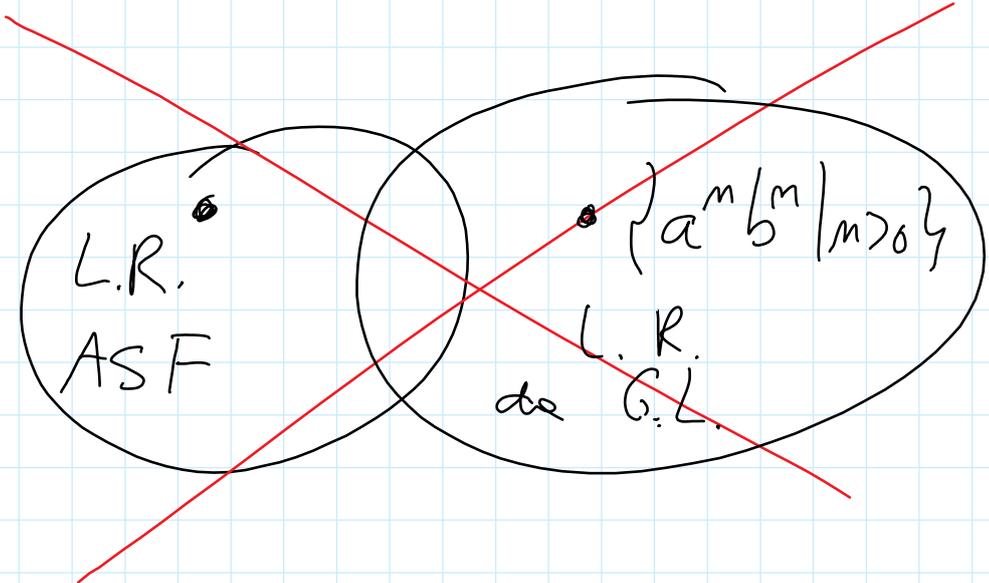
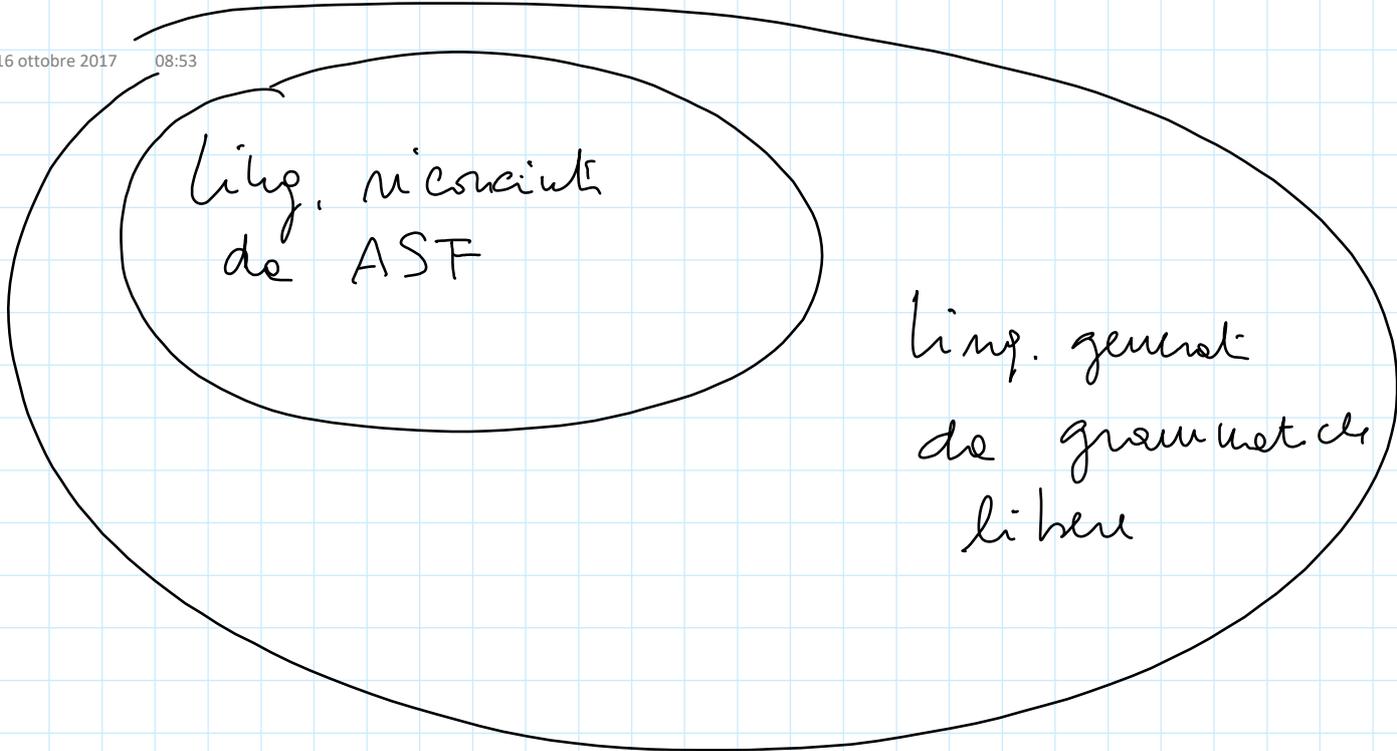
$\emptyset \rightarrow a1 \rightarrow ab \in L$

$\emptyset \rightarrow a1 \rightarrow aa1 \rightarrow aab \in L$

$\emptyset \rightarrow a1 \rightarrow ab2 \rightarrow abb \in L$

$\vdots$

$L = \{ a^n b^m \mid n, m > 0 \}$



# Grammatiche regolari

$$G = (\Sigma, V, S, P)$$

$\Sigma$  alfabeto

$V$  cat. non terminale

$S \in V$  cat. sint. iniziale

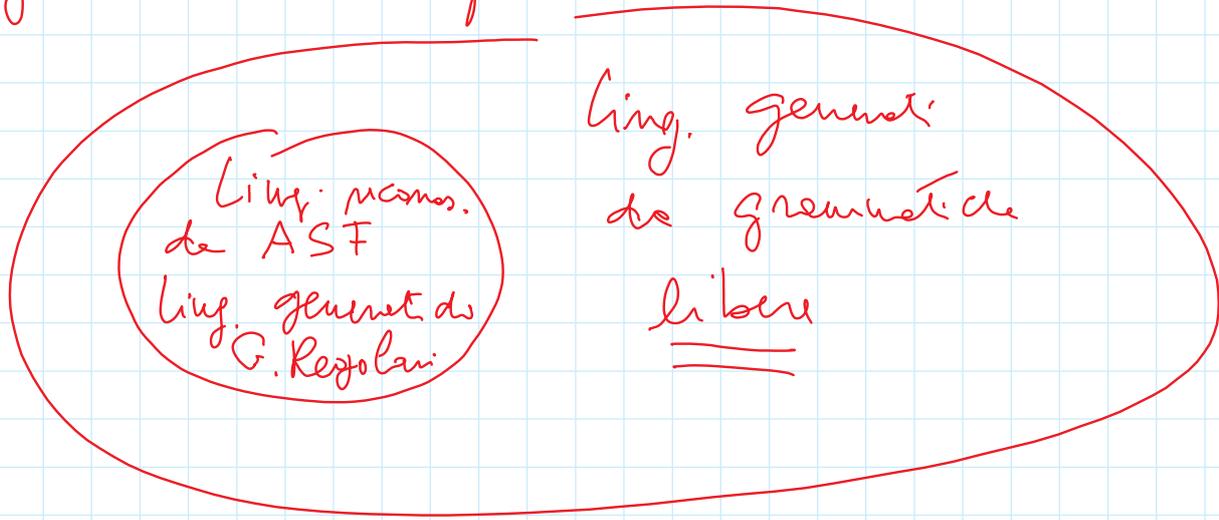
$P$  insieme di produzioni con le strutture:

oppure

$$\begin{aligned} A &\rightarrow aB \\ A &\rightarrow a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A, B &\in V \quad a \in \Sigma \\ A &\in V \quad a \in \Sigma \end{aligned}$$

Gli ASF non equivalenti alle  
grammatiche regolari



Gram. regolari  
produttori:

$$A \rightarrow aB$$

$$A \rightarrow a$$

$$A, B \in V$$

$$a \in \Sigma$$

Gram. libere  
produttori:

$$A \rightarrow \alpha$$

$$A \in V$$

$$\alpha \in (\Sigma \cup V)^*$$

$$L = \{ a^m b^m \mid m > 0 \} \quad \Sigma = \{ a, b \}$$

$$aab \in L \quad aa \notin L$$

$$aaaaabb \in L \quad aabb \notin L$$

è riconoscibile mediante AST

$$k \text{ step.} \quad \underline{\underline{a^{k+1} b^{k-1}}}$$

$$aab \in L$$

$$S \rightarrow \underline{\underline{aab}} \mid \underline{\underline{aSb}} \mid aS$$

$$S \rightarrow aab \in L$$

$$S \rightarrow aSb \rightarrow aaabb \in L$$

$$S \rightarrow aS \rightarrow aS \rightarrow aaaS \in L$$

⋮

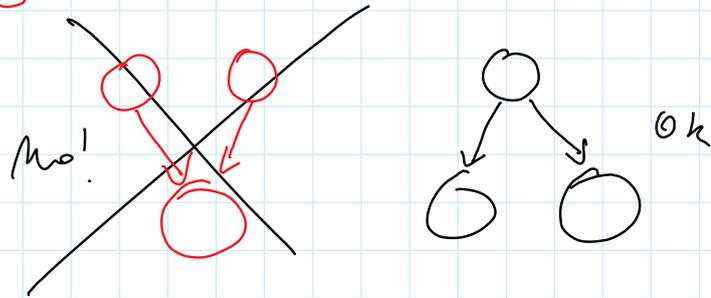
Albero di derivazione (di analisi)

Albero (strutture dati informatiche)

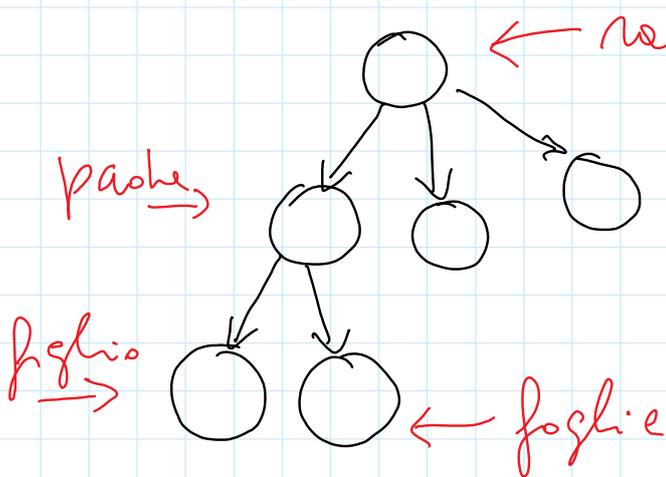
grafo modi e archi che connettono i modi

• senza cicli

• in ogni nodo esiste al più un arco



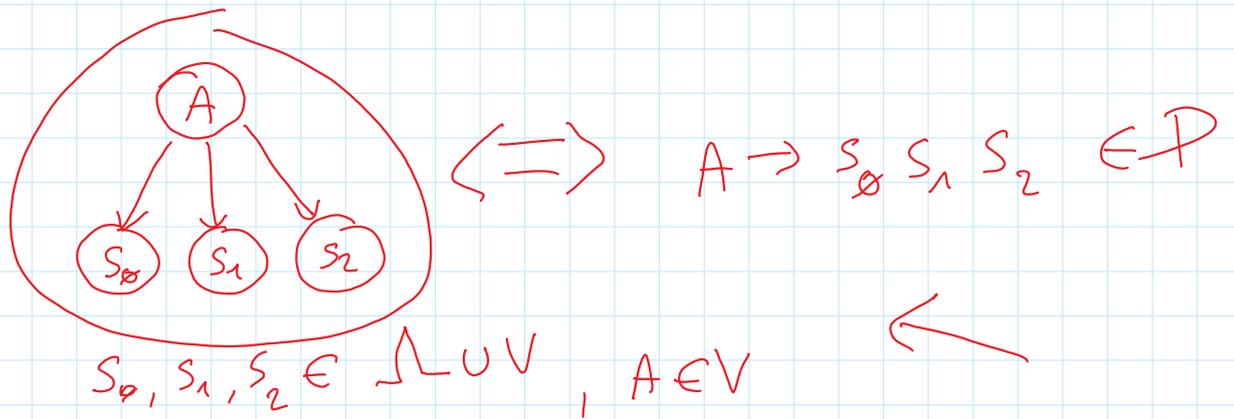
• c'è un solo modo in cui non entrano archi



ALBERO (genealogico)

# Albero di derivazione rispetto a una grammatica $G = (\Sigma, V, S, P)$

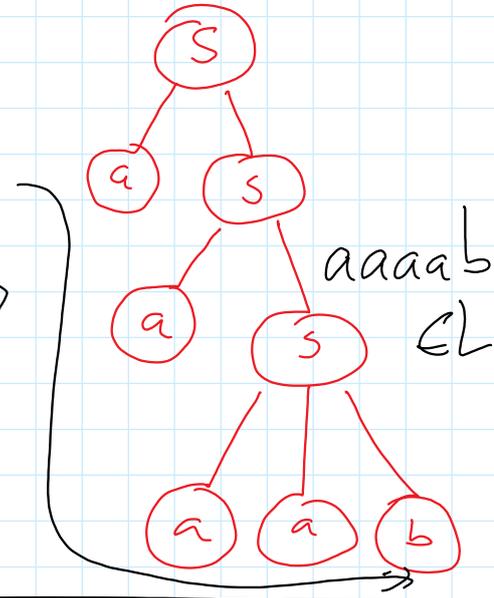
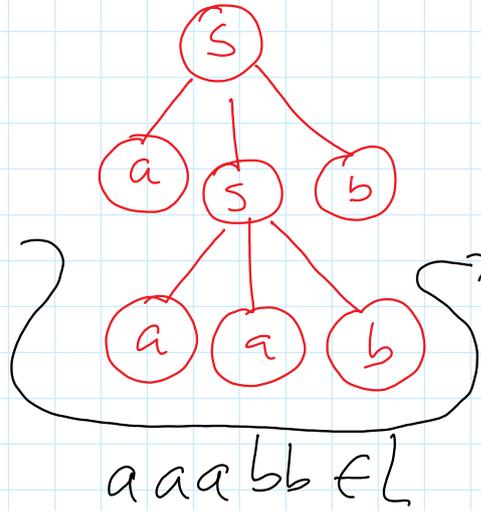
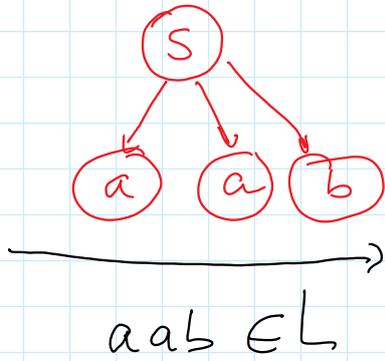
- radice contiene  $S$
- le foglie contengono simboli di  $\Sigma$
- i nodi intermedi contengono simboli di  $V$



- i figli di un nodo intermedio che contiene  $A \in V$  sono ottenuti mediante una produzione per  $A$

$$L = \{ a^n b^m \mid n > m > \emptyset \}$$

$$S \rightarrow aab \mid aSb \mid aS$$



---

$$L = \{ a^n b^m \mid n > m \geq 0 \}$$

$$S \rightarrow a \mid aSb \mid aS$$

Il linguaggio generato da  $G$  è l'insieme di tutte, e solo, le stringhe che hanno un albero di derivazione in  $G$

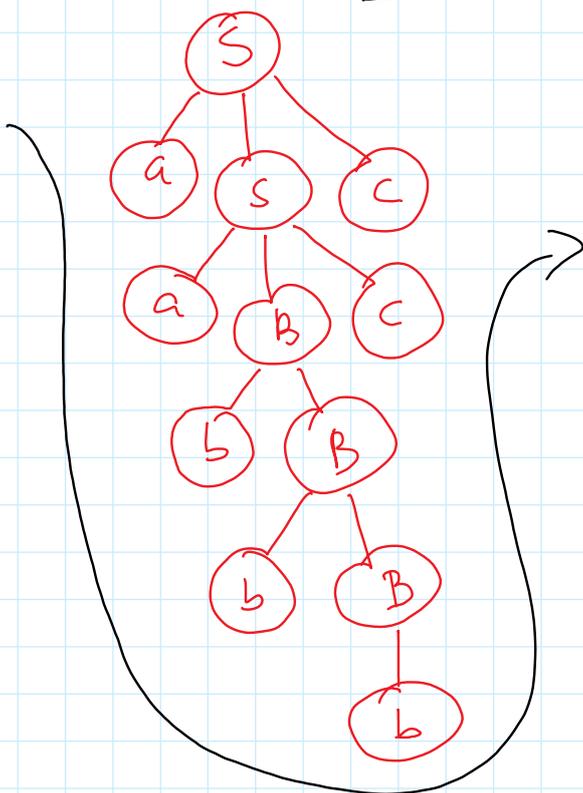
$$L = \left\{ a^m b^m c^m \mid \underline{m, m > 0} \right\}$$

$abc \in L$   
 $aabcc \in L$   
 $abbbcc \in L$

$abcc \notin L$

$$S \rightarrow aSc \mid aBc$$

$$B \rightarrow \underline{b} \mid \underline{bB}$$



$aabbbcc \in L$

# Parentesi bilanciate PB $\mathcal{L} = \{ (, ) \}$

lunedì 16 ottobre 2017 08:53

In ogni stringa

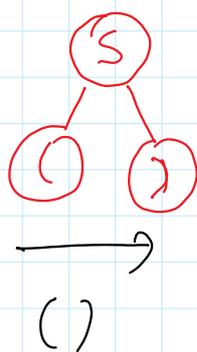
- ogni parentesi aperta deve essere chiusa  
 $(( ) \notin PB$

- non sono chiuse una parentesi se  
 prima non l'ho aperta  
 $))( ) \notin PB$

$()((()()) \in PB$

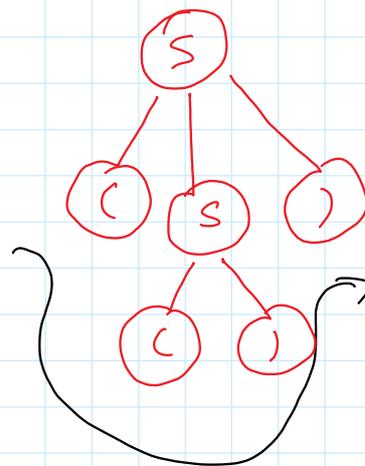
$((())()()) \in PB$

$S \rightarrow () \mid (S)$

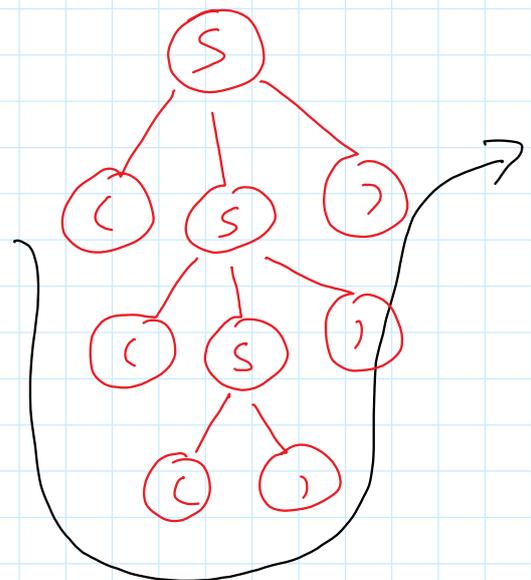


$()$

$()()$



$(( ))$



$(( ( ) ))$



# Linguaggio delle espressioni in matematica:

con operatori: + e \*

$$3 + 5 * 2$$

$$7 + 7 * 25$$

$$03 + 005 * 2$$

$Exp \rightarrow Num \mid Exp + Exp \mid Exp * Exp$

$Num \rightarrow Cifre \mid Cifre Num$

$Cifre \rightarrow \emptyset \mid 1 \dots \mid 9$

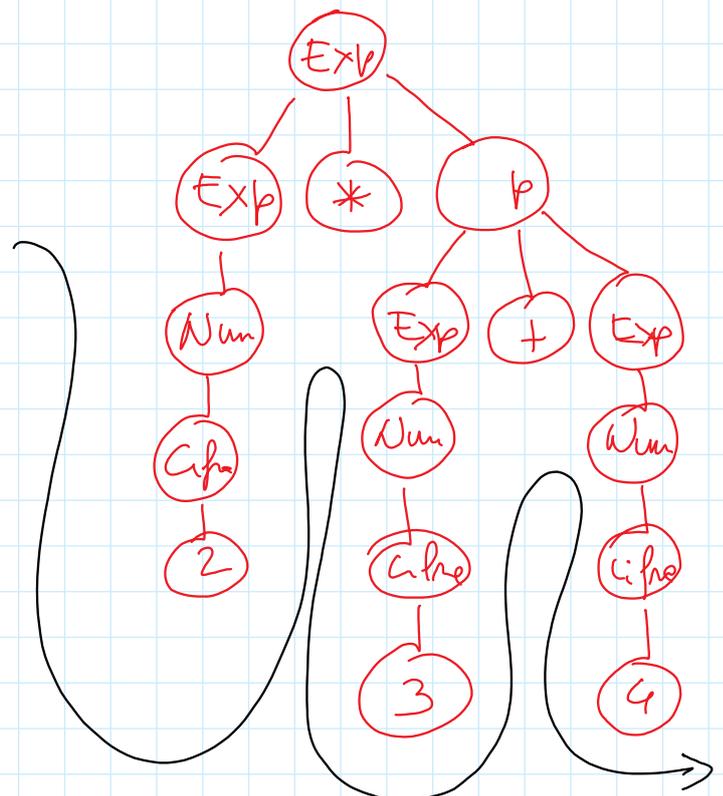
$$\Sigma = \{ \emptyset, 1, 2, \dots, 9, +, * \}$$

$$V = \{ Exp, Num, Cifre \}$$

$$Exp \in V$$

$$2 * 3 + 4$$

$$2 * 3 + 4$$



~~00~~2 + 3

